



Bundel Pembahasan Soal Olimpiade Sains Informatika

Disusun Oleh:
Alumni Tim Olimpiade Komputer Indonesia
25-26 Mei 2012

Kata Pengantar

Segala puji dan syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa. Tanpa karunia dan berkah-Nya, bundel pembahasan soal ini tidak akan terselesaikan tepat waktu.

Bundel pembahasan soal ini berisi kumpulan soal dari OSK, OSP, dan OSN tahun 2010-2011 (+OSK 2012) yang telah dipilih dan dikategorikan sesuai dengan jenis soalnya, disertai dengan tingkat kesulitannya. Bundel pembahasan soal ini ditujukan untuk pembimbing dan peserta yang kesulitan mencari materi mengenai persiapan Olimpiade Sains Informatika.

Meskipun telah berusaha untuk menghindarkan kesalahan, penulis menyadari bahwa kekurangan bundel pembahasan soal ini pasti ditemukan. Oleh karena itu, penulis berharap pembaca berkenan menyampaikan kritikan ataupun saran, agar selanjutnya dapat menuju kesempurnaan.

Akhir kata, penulis berharap bundel pembahasan soal ini dapat berguna untuk membantu pembelajaran Olimpiade Sains Informatika di Indonesia.

alumni.toki@gmail.com

Daftar Isi

Bagian Analitik	1
Pembahasan Contoh Soal Tipe Aritmatika	2
OSK 2010	3
OSN 2010	3
OSK 2011	4
OSP 2011	6
OSN 2011	6
Pembahasan Contoh Soal Tipe Logika	10
OSK 2010	11
OSN 2010	12
OSK 2011	14
OSP 2011	16
OSN 2011	17
OSK 2012	25
Pembahasan Contoh Soal Tipe Deret	29
OSP 2011	30
Pembahasan Contoh Soal Tipe Geometri	31
OSK 2011	32
Pembahasan Contoh Soal Tipe Graf	33
OSK 2010	34
OSP 2010	35
OSN 2010	37
OSP 2011	39
OSN 2011	40
Pembahasan Contoh Soal Tipe Kombinatorika	44
OSP 2010	45
OSN 2010	46
OSK 2011	48
OSK 2012	48
Pembahasan Contoh Soal Tipe Persamaan	50
OSK 2010	51
OSN 2010	52
OSK 2011	52
OSP 2011	52

Daftar Isi

Bagian Algoritmik.....	53
Pembahasan Contoh Soal Tipe Eksekusi	54
OSK 2010.....	55
OSK 2011.....	57
OSP 2011.....	58
OSK 2012.....	63
Pembahasan Contoh Soal Tipe Eksekusi Mundur	65
OSK 2012.....	66
Pembahasan Contoh Soal Tipe Analisa Kasus.....	67
OSK 2011.....	68
OSP 2011.....	69
OSK 2012.....	71
Pembahasan Contoh Soal Tipe Menulis Program Sederhana	73
OSK 2010.....	74
OSK 2011.....	74
OSP 2011.....	76

Bagian Analitik

Pembahasan
Contoh Soal
Tipe Aritmatika

OSK 2010

1. Sebuah tangki air memiliki enam buah kran air di bagian dasarnya. Jika semua kran dibuka maka tangki yang terisi penuh akan habis isinya dalam 8 jam. Berapa jamkah yang dibutuhkan untuk menghabiskan isi tangki bila hanya 4 buah kran yang dibuka?

- A. 9
- B. 10
- C. 11
- D. 12
- E. 14

Jawaban: 12

Jika keran dibuka semua (6 keran), dalam 1 jam $\frac{1}{8}$ isi tangki habis

Jika hanya 4 keran yang dibuka, dalam 1 jam $\frac{4}{6} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{12}$ isi tangki habis

Sehingga membutuhkan 12 jam untuk menghabiskan seluruh isi tangki (*mudah*)

2. Adi dan sepuluh temannya sedang mendapatkan tugas prakarya. Mereka harus membuat dari kertas warna-warni bilangan-bilangan dari 1 sampai dengan 100 kemudian menempelkannya di selembur karton yang panjang. Adi kebagian untuk membuat semua angka lima (5) yang dibutuhkan. Berapa banyak angka lima yang harus Adi buat?

- A. 20
- B. 11
- C. 19
- D. 12
- E. 10

Jawaban: 20

yaitu 10 angka 5 sebagai satuan ditambah 10 angka 5 sebagai puluhan (*mudah*)

8. Jika operasi $(a \bmod b)$ adalah sisa dari operasi pembagian a oleh b , berapakah $(7^{7.777.777} \bmod 100) + (5^{5.555.555} \bmod 10)$?

- A. 5
- B. 12
- C. 75
- D. 77
- E. 99

Jawaban: 12

$$7^0 \bmod 100 = 1 \bmod 100 = 1 \quad 7^4 \bmod 100 = 2401 \bmod 100 = 1$$

$$7^1 \bmod 100 = 7 \bmod 100 = 7 \quad 7^5 \bmod 100 = 16807 \bmod 100 = 7$$

$$7^2 \bmod 100 = 49 \bmod 100 = 49 \quad 7^6 \bmod 100 = 117649 \bmod 100 = 49$$

$$7^3 \bmod 100 = 343 \bmod 100 = 43 \quad 7^7 \bmod 100 = 823543 \bmod 100 = 43$$

Dari persamaan di atas kita ketahui pola $7^n \bmod 100$ (untuk n bilangan bulat tak negatif) akan berulang setiap 4 kali, sehingga $7^{7777777} \bmod 100 = 7^{7777777 \bmod 4} \bmod 100 = 7^1 \bmod 100 = 7$

Dan $5^n \bmod 10 = 5$ (untuk n bilangan bulat tak negatif)

Jadi $7^{7777777} + 5^{5555555} = 7 + 5 = 12$ (*sedang*)

OSN 2010

11. Diberikan dua buah bilangan bulat positif (> 0), x dan y . Didefinisikan sebuah fungsi $R(x, y)$ yang bernilai x apabila $x = y$, bernilai $R(x-y, y)$ jika $x > y$, atau bernilai $R(x, y-x)$ apabila $x < y$. Berapakah nilai dari $R(36, 24)$?

Jawaban: 12

$$R(36, 24) = R(36-24, 24) = R(12, 24) = R(12, 24-12) = R(12, 12) = 12 \text{ (mudah)}$$

39. Matematikawan August DeMorgan hidup pada tahun 1800-an. Pada tahun terakhir dalam masa hidupnya dia menyatakan bahwa : "Dulu aku berusia x tahun pada tahun x^2 ". Pada tahun berapakah ia dilahirkan...

Jawaban: 1806

Bilangan kuadrat di range 1800an hanyalah 1849, yaitu 43^2 . Maka ia lahir pada $1849-43=1806$ (mudah)

OSK 2011

2. $1^1 \times 2^2 \times 3^3 \times 4^4 \times 5^5 \times \dots \times 30^{30}$ dapat habis dibagi oleh 10^n . Berapakah bilangan n terbesar yang mungkin?
- A. 105
B. 130
C. 30
D. 150
E. 110

Jawaban: 130

n terbesar yang mungkin, sama banyak dengan pengali 10 pada $1^1 \times 2^2 \times 3^3 \times 4^4 \times 5^5 \times \dots \times 30^{30}$. Karena 10 mempunyai faktor 2 dan 5 maka faktor-faktor tersebut juga mempengaruhi. Dan, karena jumlah faktor 2 pasti lebih besar dari faktor 5 maka cukup menghitung banyak faktor 5 saja. Perhitungannya sebagai berikut:

$5^5 \rightarrow 5$ buah faktor 5

$10^{10} \rightarrow 10$ buah faktor 10

$15^{15} \rightarrow 15$ buah faktor 5

$20^{20} \rightarrow 20$ buah faktor 10

$25^{25} \rightarrow 50$ buah faktor 5

$30^{30} \rightarrow 30$ buah faktor 10

Jika dijumlahkan totalnya ada 130 buah (mudah)

15. Didefinisikan $N! = N \times (N-1) \times \dots \times 2 \times 1$ dan $N\# = N + (N-1) + \dots + 2 + 1$

$$\text{Contoh : } 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$4\# = 4+3+2+1 = 10$$

Berapa digit terakhir dari $((5\#)\#) + ((3\#)\#) - ((5!)\#) + (3!)\#$?

- A. 4
B. 3
C. 2
D. 1
E. 0

Jawaban: 1

$$(5\#)\# = 15\# = 120$$

$$(3\#)\# = 6\# = 21$$

$(5!) = 120!$ -> semua bentuk faktorial (N!) yang melebihi 5! Pasti digit terkahirnya 0

$(3!) = 6!$ -> semua bentuk faktorial (N!) yang melebihi 5! Pasti digit terkahirnya 0

Jadi, jumlah digit terakhir dari $((5\#)\#) + ((3\#)\#) - ((5!) + (3!)) = 0+1+0+0 = 1$ (sedang)

21. Berapa banyak angka antara 100 hingga 1000 yang habis dibagi 3 dan 5 tetapi tidak habis dibagi 30?

- A. 48
- B. 40
- C. 30
- D. 20
- E. 18

Jawaban: 30

$$\begin{aligned} & \left(\left\lfloor \frac{1000}{3 \times 5} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{100}{3 \times 5} \right\rfloor \right) - \left(\left\lfloor \frac{1000}{30} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{100}{30} \right\rfloor \right) \\ &= (66 - 6) - (33 - 3) \\ &= 60 - 30 \\ &= 30 \text{ (mudah)} \end{aligned}$$

22. $1/2 + 1/6 + 1/12 + 1/20 + \dots + 1/9900 =$

- A. 99/100
- B. 96/100
- C. 98/100
- D. 97/100
- E. 100/100

Jawaban: 99/100

$$1/2 = 1/(1)(2) = 1/2$$

$$1/2 + 1/6 = 1/(1)(2) + 1/(2)(3) = 2/3$$

$$1/2 + 1/6 + 1/12 = 1/(1)(2) + 1/(2)(3) + 1/(3)(4) = 3/4$$

$$1/2 + 1/6 + 1/12 + 1/20 = 1/(1)(2) + 1/(2)(3) + 1/(3)(4) + 1/(4)(5) = 4/5$$

$$\therefore 1/2 + 1/6 + 1/12 + \dots + 1/(n-1)(n) = (n-1)/n$$

$$\begin{aligned} \text{Jadi, } 1/2 + 1/6 + 1/12 + 1/20 + \dots + 1/9900 &= 1/2 + 1/6 + 1/12 + 1/20 + \dots + 1/(99)(100) \\ &= 99/100 \text{ (sedang)} \end{aligned}$$

35. Perhatikan gambar persegi ajaib berukuran 4x4 di bawah ini:

4	?	5	X
14	Z	11	?
?	6	Y	3
1	?	8	13

Jika persegi ajaib tersebut diisi bilangan bulat dari 1 sampai dengan 16 sedemikian rupa sehingga total bilangan-bilangan dalam setiap kolom/baris/diagonal adalah sama, maka $X + Y + Z = \dots$

- A. 34
- B. 33
- C. 32
- D. 31
- E. 30

Jawaban: 33

Konfigurasi bilangan pada persegi tersebut adalah sebagai berikut:

4	9	5	16
14	7	11	2
15	6	10	3
1	12	8	13

$$X + Y + Z = 16 + 7 + 10 = 33 \text{ (sedang)}$$

OSP 2011

18. Bila z bilangan bulat positif terkecil yang memberikan sisa 5 jika dibagi dengan 13 dan memberikan sisa 3 jika dibagi dengan 18, berapa sisanya jika dibagi dengan 11 ? Jawab:

Jawaban: 2

Soal di atas dapat kita modelkan menjadi:

$$z = 13a + 5 = 18b + 3$$

$$13a + 2 = 18b, \text{ dipenuhi jika } b \text{ bernilai } 3 \text{ sehingga } 13(4) + 2 = 18(3)$$

$$\text{sehingga } z = 18(3) + 3 = 57$$

$$57 \bmod 11 = 2 \text{ (sedang)}$$

OSN 2011

Prime Number

Dek Makrit sedang belajar matematika dengan ikan-ikannya. Mereka sedang belajar tentang bilangan prima. Bilangan prima adalah bilangan yang hanya memiliki dua faktor pembagi, yaitu 1 dan bilangan itu sendiri. Salah satu teknik untuk menentukan bilangan prima dikenal dengan nama teknik Shieve of Eratos. Teknik ini menentukan bilangan prima dengan mendaftar semua bilangan antara 2 hingga N , kemudian menghilangkan bilangan-bilangan yang habis dibagi oleh bilangan prima berikutnya, yaitu bilangan yang tidak terhapus pada tahap sebelumnya. Dek Makrit mencoba metode ini pada daftar bilangan antara 2 hingga 100.

21. Sejauh ini Dek Makrit telah menghapus semua bilangan kelipatan 2, 3 dan 5. Berapakah bilangan yang masih tersisa pada daftar saat ini? Jawab: ...
22. Dek Makrit kemudian mencari bilangan prima terbesar antara 2 sampai 100. Bilangan yang ia temukan adalah ...
23. Karena ingin mengerjakan soal yang lebih menantang, Dek Makrit kemudian mencari bilangan terbesar yang memiliki faktor prima terbanyak. Bilangan yang dia temukan adalah? Jawab: ...

Jawaban :

21.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Keterangan:

yang dihitamkan adalah bilangan-bilangan kelipatan 2, 3, atau 5

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bilangan yang tersisa ada 28 (*mudah*)

22.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Keterangan:

yang dihitamkan adalah bilangan-bilangan bukan prima

Setelah langkah tersebut dilanjutkan maka akan tercipta daftar seperti di atas, dapat dilihat bilangan prima terbesar yaitu 97 (*mudah*)

23. Menggunakan algoritma greedy

Karena $2^7 = 128$, maka banyak faktor bilangan < 7

Karena $2^5 \times 3 = 96$, maka persamaan tersebut memenuhi

Karena $2^5 \times 5 = 160$, maka persamaan tersebut tidak memenuhi

Sehingga bilangan yang ditemukan Dek Makrit adalah 96 (*mudah*)

Kesukaan Ikan

Ikan Dek Makrit saat ini berjumlah 120 ekor yang dinomorinya 1 sampai 120. Seluruh ikan dek Makrit yang bernomor genap suka makanan rasa bayam, ikan yang nomornya habis dibagi 5 suka makanan rasa pisang, dan ikan yang nomornya habis dibagi 7 suka makanan rasa kangkung.

33. Berapa banyak ikan yang menyukai rasa kangkung tapi tidak menyukai rasa bayam?

Jawaban: 9

Jumlah ikan yang menyukai rasa kangkung – jumlah ikan yang menyukai rasa bayam dan pisang = $\left(\left\lfloor \frac{120}{7} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{120}{2 \times 7} \right\rfloor\right) = 17 - 8 = 9$ (*mudah*)

34. Berapa banyak ikan yang tidak menyukai ketiga rasa?

Jawaban:

Menggunakan prinsip inklusi-eksklusi

Jumlah total ikan – jumlah ikan yang suka hanya 1 macam rasa + jumlah ikan yang suka hanya 2 macam rasa – jumlah ikan yang suka semua rasa

$$\begin{aligned} & 120 - \left\lfloor \frac{120}{2} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{120}{5} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{120}{7} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{120}{2 \times 5} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{120}{2 \times 7} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{120}{5 \times 7} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{120}{2 \times 5 \times 7} \right\rfloor \\ & = 120 - 60 - 24 - 17 + 12 + 8 + 3 - 1 \\ & = 41 \text{ (sedang)} \end{aligned}$$

Dek Makrit kemudian membeli 80 ekor ikan lagi, sehingga sekarang jumlahnya 200 ekor. Ternyata Nek Dengklek, ibunya Pak Dengklek, hobby mewarnai makanan ikan sehingga selain beragam rasa, makanan juga berwarna warni. Dengan makanan yang berwarna warni, ikan-ikan Dek Makrit semakin suka makan. Dari 200 ekor itu, 100 ekor menyukai makanan berwarna kuning, 70 ekor menyukai makanan berwarna biru, dan 140 menyukai makanan berwarna merah. 40 diantaranya menyukai makanan berwarna kuning dan juga menyukai yang berwarna biru, 30 menyukai makanan berwarna biru dan juga menyukai yang berwarna merah, dan 60 menyukai makanan berwarna kuning dan juga menyukai yang berwarna merah. Ada 10 ekor yang menyukai ketiganya.

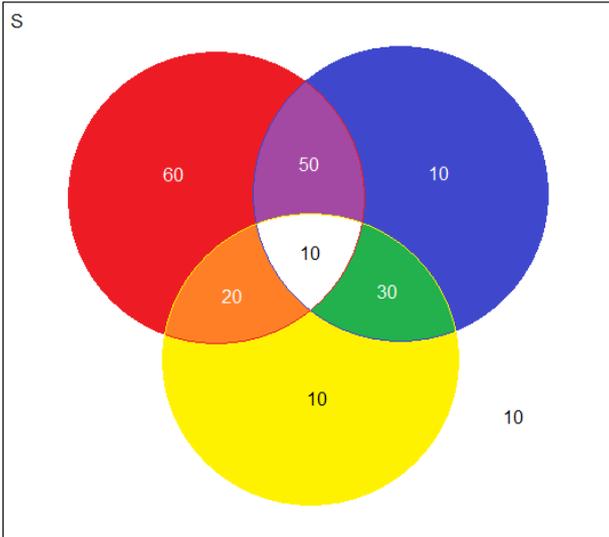
35. Berapakah jumlah ikan yang tidak menyukai semua warna? Jawab: ...

36. Berapakah jumlah ikan yang hanya menyukai satu warna? Jawab: ...

Jawaban :

23. 10. Lihat diagram venn di bawah (*mudah*)

24. 80. Lihat diagram venn di bawah (*mudah*)



Pembahasan
Contoh Soal
Tipe Logika

OSK 2010

9. Seutas kabel serat optik yang panjangnya 200 meter diketahui terputus didalamnya tepat di satu posisi. Karena secara fisik tidak terlihat adanya tanda-tanda dimana lokasi yang putus itu, kabel dipotong-potong sbb.

- Pertama kabel dipotong ditengah, lalu masing-masing diperiksa,
- Bagian yang baik disimpan untuk disambung-sambungkan kembali nanti,
- Sementara yang di dalamnya terputus kembali dipotong ditengahnya, hingga potongan sudah terlalu kecil, langsung dibuang.

Potongan-potongan kabel yang baik kemudian disambung-sambungkan kembali dengan biaya penyambungan 25 ribu per sambungan. Kabel yang sudah disambung-sambungkan itu nanti masih dapat dijual seharga 5 ribu per meter. Asumsikan bahwa tidak terjadi perubahan panjang yang signifikan sebelum dan setelah penyambungan, berapa banyak sambungan yang dibuat agar nilai penjualan setelah dikurangi biaya penyambungannya adalah sebesar-besarnya?

- A. 3
- B. 4
- C. 5
- D. 6
- E. 7

Jawaban: 4

Menggunakan binary search, jika melakukan 3 kali pemotongan maka akan diperoleh potongan 100, 50, 25, 12.5 dan 12.5. Keuntungannya adalah $(200-12.5)*5000-25000*3 = 862500$.

Jika melakukan 4 kali pemotongan maka keuntungannya:

$$(200-6.25)*5000-25000*4 = 868750.$$

Jika melakukan 5 kali pemotongan maka keuntungannya:

$$(200-3.125)*5000-25000*5 = 859375.$$

Jika dilanjutkan, keuntungannya tidak akan bertambah karena biaya penyambungannya 25000 sedangkan panjang kabel yang diselamatkan kurang dari 5 m.

Jadi lebih baik memotong 4 kali. (*sedang*)

Deskripsi berikut adalah untuk menjawab pertanyaan no 28 sampai dengan 30

Tiga orang pecatur senior L, M, N dan 3 orang pecatur pemula O, P, Q bertanding dalam sebuah turnamen. Semua pecatur akan bertanding satu sama lain masing-masing satu kali pertemuan.

- Diawal turnamen nilai seluruh peserta adalah 0.
- 1 angka diberikan jika berhasil mengalahkan pecatur pemula.
- 2 angka diberikan jika berhasil mengalahkan pecatur senior.
- Jika pecatur senior kalah dalam satu game, nilainya akan dikurangi 2.
- Jika pecatur pemula kalah dalam satu game, nilainya akan dikurang 1.
- Jika sebuah pertandingan berakhir dengan seri, maka pertandingan tersebut akan diulang.

28. Berapakah nilai maksimum yang dapat diraih oleh seorang pecatur senior, jika di menderita 2 kekalahan dalam turnamen tersebut ?

- A. 4
- B. 2
- C. 0
- D. 3
- E. 1

Jawaban: 1

Masing-masing pemain akan bertanding 5 kali dan jika kalah 2 kali maka maksimum dia memperoleh 2 kemenangan dari pecatur senior dan 1 kemenangan dari pecatur pemula. Jadi maksimum poinnya adalah $2*2+1-2*2 = 1$. (*mudah*)

29. Berapa permainan yang harus dimenangkan oleh seorang pecatur pemula untuk menempatkan posisinya dalam klasemen diatas seorang pecatur senior yang pernah kalah sekali dari pecatur senior lainnya ?

- A. 2
- B. 4
- C. 3
- D. 1
- E. 5

Jawaban: 5

Seorang pecatur senior yang kalah sekali dengan pecatur senior lainnya akan mendapat poin:
 $2*1+3*1-2 = 3$.

Jika ingin mengalahkan poinnya kita harus memenangkan 4 pertandingan sisanya sehingga memperoleh poin:

$2*2+2*1-1 = 5$. (*mudah*)

30. Jika P memenangkan seluruh permainan kecuali satu game melawan L dan tidak kalah dari pemenang dalam turnamen tersebut, Siapakah yang mungkin akan menjadi juara dalam turnamen tersebut ?

- A. O atau Q
- B. L atau P
- C. M atau N
- D. Salah satu diantara M, N, O atau Q
- E. Semua pemain kecuali L atau P

Jawaban: A

P menang melawan M, N, O, P dan poinnya:

$-1+1*2+2*2 = 5$.

L pasti bukan juara karena P tidak kalah dari pemenang turnamen.

Jika M (atau N) memenangkan semua pertandingan kecuali melawan P maka poinnya:

$-2+2*2+1*2 = 4$. Artinya P mungkin saja menjadi juara sedangkan M dan N tidak mungkin menjadi juara. Jadi pilihan jawaban C pasti salah. Artinya pilihan jawaban A benar. (*mudah*)

OSN 2010

Untuk soal 48 sampai dengan 50:

Ada 4 orang pemuda bernama M1, M2, M3, M4 dan 4 orang pemudi bernama F1, F2, F3, F4. Setiap pemuda/pemudi memiliki daftar pemudi/pemuda yang disukai, diurutkan dari yang paling disukai sampai ke yang kurang disukai.

Nama	Usia	Urutan yang disukai
M1	24	F3, F2, F1, F4
M2	23	F1, F3, F2, F4
M3	28	F2, F4, F1, F3
M4	26	F3, F1, F2, F4
F1	22	M1, M3, M2, M4
F2	26	M2, M3, M4, M1
F3	24	M3, M1, M2, M4
F4	21	M1, M4, M3, M2

Para pemuda dan pemudi ini sedang dalam pencarian pasangannya masing-masing.

48. Misalkan ada aturan bahwa seorang pemuda yang ingin berpasangan dengan seorang pemudi harus memiliki usia minimal sama dengan usia sang pemudi. Ada berapa kemungkinan empat pasang pemuda-pemudi yang mungkin yang dapat dibentuk dari data di atas?

Jawaban: 8

Pasangan yang mungkin dibentuk adalah (M1, F1), (M1, F3), (M1, F4), (M2, F1), (M2, F4), (M3, F1), (M3, F2), (M3, F3), (M3, F4), (M4, F1), (M4, F2), (M4, F3), (M4, F4).

Agar semuanya mendapat pasangan, kita mencoba memasangkan M2 terlebih dahulu (yang kemungkinan pasangannya paling sedikit). Jika M2 dan F1 berpasangan maka M1 hanya mungkin berpasangan dengan F3 dan F4, yang manapun yang dipilih M1, pemuda M3 dan M4 selalu memiliki 2 kemungkinan kombinasi pasangan. Jadi ada 4 kemungkinan.

Jika M2 dan F4 berpasangan maka M1 hanya mungkin berpasangan dengan F1 dan F3, yang manapun yang dipilih M1, pemuda M3 dan M4 selalu memiliki 2 kemungkinan kombinasi pasangan. Jadi ada 4 kemungkinan.

Jadi totalnya ada 8 kemungkinan pasangan yang bisa dibentuk. (*sedang*)

49. Misalkan ada aturan bahwa seorang pemuda yang ingin berpasangan dengan seorang pemudi harus memiliki usia minimal sama dengan usia sang pemudi. Ada berapa cara M1, M3, dan M4 memilih pasangan masing-masing sehingga membuat M2 tidak mempunyai pilihan yang mungkin?

Jawaban: 10

Agar M2 tidak memiliki pasangan, F1 dan F4 harus berpasangan dengan M1, M3, atau M4. Banyaknya kemungkinan adalah 10, yaitu:

- M1 dan M3 berpasangan dengan F1 dan F4 lalu M4 berpasangan dengan F2 atau F3 = 2×2 kemungkinan
- M1 dan M4 berpasangan dengan F1 dan F4 lalu M3 berpasangan dengan F2 atau F3 = 2×2 kemungkinan

M3 dan M4 berpasangan dengan F1 dan F4 lalu M1 berpasangan dengan F3 = 2×1 kemungkinan. (*sulit*)

50. Misalkan tidak ada batasan usia, tetapi ada aturan bahwa jika seorang pemuda M_x ingin berpasangan dengan seorang pemudi F_y , M_x harus menyukai F_y di urutan ke-1, 2, atau 3, dan F_y harus menyukai M_x di urutan ke-1, 2, atau 3. Ada berapa kemungkinan empat pasang pemuda-pemudi yang mungkin yang dapat dibentuk dari data di atas?

Jawaban: 2

Pasangan yang mungkin terbentuk yaitu:

- M1 dan F1
- M1 dan F3
- M2 dan F1
- M2 dan F2
- M2 dan F3
- M3 dan F1
- M3 dan F2
- M3 dan F4
- M4 dan F2

Agar semuanya mendapat pasangan, M4 harus dipasangkan dengan F2. Jadi kemungkinan pasangan untuk yang lainnya tinggal:

- M1 dan F1
- M1 dan F3
- M2 dan F1
- M2 dan F3
- M3 dan F1
- M3 dan F4

Jika M1 dan F1 berpasangan maka M2 pasti dengan F3 lalu M3 pasti dengan F4. Jika M1 dan F3 berpasangan maka M2 pasti berpasangan dengan F1 lalu M3 pasti berpasangan dengan F4. Jadi ada 2 kemungkinan. (*sulit*)

OSK 2011

Untuk soal 8-9

Seorang salesman (petugas pemasaran) suatu perusahaan minuman harus mengunjungi 5 warung untuk memperkenalkan produk minuman terbaru. Kelima warung tersebut adalah: P, Q, R, S, dan T. Dia hanya akan mengunjungi masing-masing satu kali saja, satu warung per hari, Senin s/d Jumat, dengan aturan berikut:

- Tidak boleh mengunjungi warung R pada hari Senin.
- Harus mengunjungi warung P sebelum mengunjungi S.
- Harus mengunjungi warung Q sebelum mengunjungi T.

8. Mana jadwal yang memenuhi syarat?

- A. Q, S, P, T, R
- B. R, Q, T, P, S
- C. R, S, P, Q, T
- D. T, R, Q, P, S
- E. P, S, R, Q, T

Jawaban: P, S, R, Q, T

Jika melihat pilihan jawaban dan keterangan pada soal, bisa disimpulkan pilihan jawaban B dan C tidak mungkin benar karena tidak boleh mengunjungi R pada hari Senin. Pilihan jawaban A juga salah karena mengunjungi warung P setelah S. Pilihan jawaban D juga tidak mungkin karena mengunjungi warung Q setelah T. Jadi pilihan E yang benar. (*mudah*)

9. Jika ia mengunjungi R lebih dahulu daripada P, mana yang pasti benar?
- A. Q dikunjungi pertama kali
 - B. R dikunjungi pada hari Selasa
 - C. P dikunjungi pada hari Rabu
 - D. T dikunjungi pada hari Kamis
 - E. S dikunjungi terakhir kali

Jawaban: Q dikunjungi pertama kali

Pasti mengunjungi R sebelum P sebelum S. Lalu pasti mengunjungi Q pada hari Senin karena tidak boleh mengunjungi R pada hari Senin dan harus mengunjungi Q sebelum S.

Jadi pilihan jawaban A benar. (*mudah*)

17. Pada sebuah kantong terdapat 2 buah kelereng kuning, 5 buah kelereng biru, dan 8 buah kelereng hitam. Berapa minimal banyaknya kelereng yang perlu diambil agar kita pasti mendapatkan setidaknya 5 kelereng berwarna sama?
- A. 10
 - B. 11
 - C. 9
 - D. 13
 - E. 12

Jawaban: 11

Untuk memperoleh 5 kelereng berwarna sama, kita perlu menghitung nilai maksimal kelereng yang diambil sehingga kita mendapat semua warna kelereng dan semuanya kurang dari 4. Jadi sesial-sialnya kita mengambil 10 kelereng yang terdiri dari 2 kelereng kuning, 4 kelereng biru, 4 kelereng hitam. Selanjutnya, yang tersisa tinggal 1 kelereng biru dan 3 kelereng hitam. Jika kita mengambil 1 kelereng lagi, kelereng warna apapun yang kita ambil, pasti ada salah satu warna yang jumlahnya 5. Jadi maksimal kita perlu mengambil 11 kelereng. (*mudah*)

30. Joko sering berbohong (jangan ditiru). Dia hanya jujur sehari dalam seminggu. Satu hari dia berkata: "Aku berbohong pada Senin dan Selasa". Pada hari selanjutnya dia berkata: "Hari ini adalah salah satu dari hari Minggu, Sabtu atau Kamis". Pada hari selanjutnya dia berkata: "Aku berbohong pada Jum'at dan Rabu". Pada hari apa dia berkata jujur?
- A. Senin
 - B. Selasa
 - C. Kamis
 - D. Jum'at
 - E. Minggu

Jawaban: Selasa

Perkataan Joko pada hari pertama dan ketiga tidak mungkin bohong dua-duanya atau jujur dua-duanya (karena dia hanya berkata jujur sekali seminggu). Jika kedua pernyataan tersebut bohong, maka menurut pernyataan hari pertama, dia berkata bohong pada Senin atau Selasa (bukan keduanya) dan menurut pernyataan hari ketiga, dia berkata bohong pada Jumat atau Rabu (bukan keduanya), tentunya ini tidak mungkin terjadi. Jadi dia pasti berkata jujur di hari Senin, Selasa, Kamis, atau Jumat.

Jika dia berkata jujur di hari Senin:

Kata-kata di hari ketiganya jujur namun artinya hari keduanya adalah hari minggu sehingga pernyataan hari keduanya jujur juga (tidak mungkin).

Jika dia berkata jujur di hari Selasa:

Kata-kata di hari ketiganya jujur dan kata-katanya di hari Senin bohong juga dan memang benar.

Artinya dia bisa saja berkata jujur di hari Selasa. (*mudah*)

OSP 2011

Deskripsi persoalan Untuk soal 4 s/d 5:

Tiga orang dewasa Roni(pria), Susi(wanita), dan Vina(wanita) bersama dengan lima anak-anak Fredi(pria), Heru(pria), Jono(pria), Lisa(wanita) dan Marta(wanita) akan pergi berdarmawisata ke Kebun Binatang dengan menggunakan sebuah kendaraan minibus.

Minibus tersebut memiliki satu tempat di sebelah pengemudi, dan dua buah bangku panjang di belakang yang masing-masing terdiri dari 3 tempat duduk, sehingga total terdapat delapan tempat duduk di dalam minibus tersebut, termasuk pengemudi.

Setiap peserta wisata harus duduk sendiri, masing-masing di sebuah kursi yang ada dan susunan tempat duduk harus disesuaikan dengan beberapa ketentuan sebagai berikut:

- Pada masing-masing bangku harus terdapat satu orang dewasa yang duduk
- Salah satu di antara Roni dan Susi harus duduk sebagai pengemudi
- Jono harus duduk bersebelahan dengan Marta

4. Jika Fredi duduk bersebelahan dengan Vina, siapakah penumpang pria yang duduk di paling depan? Jawab:

Jawaban: Heru

Jono bersebelahan dengan Marta artinya mereka duduk di bangku penumpang dan tidak bersama dengan Vina.

Roni/Susi Heru/Lisa

Jono Marta Roni/Susi

Fredi Vina Heru/Lisa

Jadi yang mungkin duduk di paling depan sebagai penumpang hanyalah Heru. (*mudah*)

5. Jika Susi duduk di salah satu bangku dan Fredi duduk di bangku lainnya, siapakah dua orang yang sebangku dengan Susi? Jawab:,

Jawaban: Jono, Marta

Susi tidak sebangku dengan Fredi dan Jono bersebelahan dengan Marta. Pertanyaan pada soal adalah 2 orang yang sebangku dengan Susi, jadi pengemudinya adalah Roni.

Jadi Susi pasti sebangku dengan Jono dan Marta. (*mudah*)

Deskripsi persoalan Untuk soal 11 s/d 13:

Di suatu pertemuan ada 4 orang pria dewasa, 4 wanita dewasa, dan 4 anak-anak. Keempat pria dewasa itu bernama: Santo, Markam, Gunawan, dan Saiful. Keempat wanita dewasa itu bernama Ria, Gina, Dewi, dan Hesti. Keempat anak itu bernama Hadi, Putra, Bobby dan Soleh.

Sebenarnya mereka berasal dari 4 keluarga yang setiap keluarga terdiri dari seorang ayah, seorang ibu dan satu orang anak, namun tidak diketahui yang mana yang menjadi ayah dan mana yang menjadi ibu dan mana yang menjadi anak dari masing-masing keluarga itu. Kecuali, beberapa hal diketahui sebagai berikut:

- Ibu Ria adalah ibu dari Soleh.
- Pak Santo adalah ayah dari Hadi.
- Pak Saiful adalah suami dari Ibu Dewi, tapi bukan ayah dari Bobby.
- Pak Gunawan adalah suami Ibu Hesti.

11. Putra adalah anak dari Pak

Jawaban: Saiful

Ibu	Ayah	Anak
Ria	?	Soleh
?	Santo	Hadi
Dewi	Saiful	?
Hesti	Gunawan	?

Karena Saiful bukan ayah Bobby, Bobby adalah anak Hesti. Jadi anak Saiful adalah Putra.
(mudah)

Ibu	Ayah	Anak
Ria	Markam	Soleh
Gina	Santo	Hadi
Dewi	Saiful	Putra
Hesti	Gunawan	Bobby

12. Anak dari Pak Gunawan adalah

Jawaban: Bobby

Sudah terjawab di pembahasan no. 11. (mudah)

13. Jika pernyataan (1) di atas dihilangkan, periksalah apakah masih bisa disimpulkan bahwa

I. Ibu Ria kemungkinannya bersuamikan Pak Markam atau Pak Santo

II. Soleh kemungkinannya anak dari Pak Markam atau Pak Santo

III. Ibu Dewi kemungkinannya adalah ibu dari Soleh atau Putra

(tuliskan jawaban anda di lembar jawaban hanya huruf pilihan yang bersangkutan).

(A) Hanya I yang benar

(B) Hanya II yang benar

(C) Hanya III yang benar

(D) Hanya I dan III yang benar

(E) Ketiganya benar

Jawaban: (D) Hanya I dan III yang benar

Jika pernyataan no.1 dihilangkan:

Ibu	Ayah	Anak
?	Markam	?
?	Santo	Hadi
Dewi	Saiful	?
Hesti	Gunawan	?

Pernyataan I masih bisa disimpulkan dengan mudah. Pernyataan III juga bisa disimpulkan dengan mudah karena Saiful karena bukan ayah dari Bobby. Sementara itu pernyataan II salah karena bisa saja Soleh merupakan anak dari Saiful. (mudah)

Ternyata ikan Dek Makrit sangat kreatif dan pandai bermain pada saat lapar. Oleh karena itu Dek Marit memberi hadiah berupa makanan berbentuk butiran saat ikannya bermain dan diberikan dalam kantong. Permainan ini akan dimainkan oleh beberapa ikan dengan membentuk lingkaran. Permainan dimulai dengan memberikan kantong makanan yang terdiri dari N makanan kepada ikan pertama. Ikan pertama kemudian dapat mengambil 1, 2, atau 3 butir makanan dari kantong makanan, kemudian menyerahkannya ke teman di tepat sebelahnya searah jarum jam. Hal ini berlangsung terus untuk ikan yang selanjutnya hingga makanan dalam kantong makanan habis. Agar permainan ini lebih seru, Dek Makrit membuat aturan bahwa ikan yang mengambil makanan terakhir dari kantong makanan, harus keluar dari lingkaran, mengambil sebuah kantong makanan baru, menyerahkan ke kelompok ikan sisanya dan tidak bermain lagi. Kelompok yang baru akan memulai permainan yang sama dengan kantong makanan yang baru. Ikan yang tepat berada di sebelah kanan ikan yang keluar menjadi pemegang kantong makanan pertama untuk putaran selanjutnya. Ikan terakhir yang berhasil bertahan akan mendapat hadiah spesial dari Dek Makrit.

Ternyata ikan yang berani bermain hanya ada tiga ekor. Ketiga ikan ini tentu ingin berjuang sebaik-baiknya agar mereka mendapatkan hadiah spesial. Karena mereka telah bermain berkali-kali, mereka semua telah menemukan cara untuk dapat bermain optimal. Apabila mereka memiliki kesempatan untuk mengeluarkan teman setelahnya, maka mereka akan mengambil kesempatan itu. Dek Makrit kemudian membuat aturan tambahan bahwa yang tidak mungkin menang pada satu permainan, hanya boleh mengambil satu buah makanan. Dek Makrit jago matematika, jadi dia tahu kalau ikannya curang. Ikan diberi nomor 1 hingga 3 searah jarum jam, dan ikan nomor 1 akan menerima menerima kantong makanan pertama kali.

6. Jika saat awal permainan jumlah makanan adalah 3 dan pada putaran kedua jumlah makanan adalah 5, maka ikan manakah yang akan menang?
- 1
 - 2
 - 3
 - Tidak dapat dipastikan
 - Tidak ada jawaban yang benar

Jawaban: 1

Karena mereka selalu mengambil kesempatan untuk mengeluarkan teman setelahnya maka ikan pertama akan mengambil 2 makanan dari kantong makanan. Selanjutnya ikan kedua terpaksa mengambil 1 makanan dan keluar. Permainan baru pun dimulai dengan 5 makanan dan ikan ketiga mendapat giliran pertama. Dari sini kita bisa menyusun strategi menang dengan mudah.

- Jika makanan tinggal 1, ikan tersebut pasti kalah.
- Jika makanan tinggal 2, ikan tersebut tinggal mengambil 1 makanan dan dia pasti menang.
- Jika makanan tinggal 3, ikan tersebut tinggal mengambil 2 makanan dan dia pasti menang.
- Jika makanan tinggal 4, ikan tersebut pasti mengambil 3 makanan.
- Jika makanan tinggal 5, ikan tersebut pasti kalah karena pada saat makanan tinggal 2, 3, atau 4, ikan yang mendapat giliran akan menang.

Jadi ikan ketiga pasti kalah dan ikan pertama pasti menang. (*sedang*)

7. Apabila pada saat awal permainan jumlah makanan adalah 6 dan pada putaran kedua jumlah makanan adalah 6, maka ikan manakah yang akan menang?

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. Tidak dapat dipastikan
- E. Tidak ada jawaban yang benar

Jawaban: 2

Jika tinggal 2 ikan dan ada 6 makanan maka ikan yang mendapat giliran akan menang. Ikan tersebut tinggal mengambil 1 makanan dan ikan yang satu lagi pasti kalah.

Dari kesimpulan tersebut, setiap ikan akan berusaha mendapat giliran pertama dengan cara membunuh teman sebelumnya. Ikan pertama berusaha membunuh ikan ketiga, ikan kedua berusaha membunuh ikan pertama, dan ikan ketiga akan berusaha membunuh ikan kedua.

Jika ikan pertama mengambil 1 makanan, ikan kedua akan mengambil 3 makanan sehingga ikan ketiga terpaksa mengambil 1 makanan dan ikan pertama kalah, akibatnya ikan kedua menang.

Jika ikan pertama mengambil 2 makanan, ikan kedua akan mengambil 2 makanan agar ikan pertama kalah.

Jika ikan pertama mengambil 3 makanan, ikan kedua akan mengambil 1 makanan agar ikan pertama kalah. (*sedang*)

8. Manakah kombinasi jumlah makanan di bawah yang dapat membuat ikan nomor 3 menang?
- A. 5,4
 - B. 6,5
 - C. 6,7
 - D. Tidak dapat dipastikan
 - E. Tidak ada jawaban yang benar

Jawaban: 6,5

Untuk pilihan jawaban A, setiap ikan berusaha membunuh ikan sebelumnya agar di ronde selanjutnya ikan tersebut mendapat 4 makanan dan pasti menang.

- Ikan pertama akan langsung mengambil 3 makanan. Selanjutnya, ikan kedua tidak menyia-nyaiakan kesempatan dan mengambil 1 makanan agar ikan ketiga kalah. Namun, setelah itu, ikan pertama pasti menang.

Untuk pilihan jawaban B, setiap ikan berusaha membunuh ikan setelahnya agar di ronde selanjutnya ikan sebelumnya mendapat 5 makanan dan pasti kalah.

- Jika ikan pertama mengambil 1 makanan, berapapun yang diambil oleh ikan kedua, ikan ketiga akan mengambil makanan agar hanya tersisa 1 makanan sehingga ikan pertama tersingkir dan ikan ketiga pasti menang.
- Jika ikan pertama mengambil 2 makanan, maka ikan kedua akan mengambil 3 makanan dan ikan ketiga akan kalah. Selanjutnya, ikan kedua pasti menang
- Jika ikan ketiga mengambil 3 makanan, ikan kedua akan mengambil 2 makanan dan ikan ketiga pun tersingkir.
- Karena ikan pertama tidak mungkin menang, dia hanya boleh mengambil 1 makanan sehingga ikan ketiga pasti menang.

Jadi agar ikan ketiga pasti menang, dia perlu kombinasi 6,5. (*sedang*)

9. Apabila jumlah makanan di kantong pertama adalah 5925 dan jumlah makanan di kantong kedua adalah 4381, maka ikan nomor berapa yang akan menang?

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. Tidak dapat dipastikan
- E. Tidak ada jawaban yang benar

Jawaban: 2

Jumlah makanan di ronde kedua adalah 4381. Jika hanya ada 2 ikan dan makanan tinggal 1, ikan yang mendapat giliran pasti kalah. Jika makanan tinggal 5, ikan yang mendapat giliran juga pasti kalah karena ikan yang satunya bisa mengubah jumlah makanan menjadi 1. Jika makanan tinggal 9, ikan yang mendapat giliran juga pasti kalah karena ikan yang satunya bisa mengubah jumlah makanan menjadi 5. Jadi saat $N \bmod 4 = 1$, ikan yang mendapat giliran akan kalah. $4381 \bmod 4 = 1$ sehingga ikan yang mendapat giliran pertama akan kalah.

Oleh karena itu, pada ronde pertama, setiap ikan berusaha mengeluarkan teman setelahnya. Berdasarkan hasil perhitungan sebelumnya, untuk 3 ikan:

Sisa 1 makanan → ikan ketiga menang

Sisa 2 makanan → ikan pertama menang

Sisa 3 makanan → ikan pertama menang

Sisa 4 makanan → ikan pertama menang

Sisa 5 makanan → ikan kedua menang

Sisa 6 makanan → ikan ketiga menang

Jika dilanjutkan:

Sisa 7, 8, atau 9 makanan → ikan pertama menang (dengan menyisakan 6 makanan pada ikan kedua)

Sisa 10 makanan → ikan kedua menang (karena pasti mendapat 7, 8, atau 9 makanan)

Sisa 11 makanan → ikan ketiga menang (karena ikan pertama hanya boleh mengambil 1 makanan)

Jadi:

Jika $N \bmod 5 = 0$ → ikan kedua menang.

Jika $N \bmod 5 = 1$ → ikan ketiga menang.

Selain dari itu, ikan pertama pasti menang.

Karena $5925 \bmod 5 = 0$, maka ikan kedua pasti menang. (*sulit*)

Hash Table

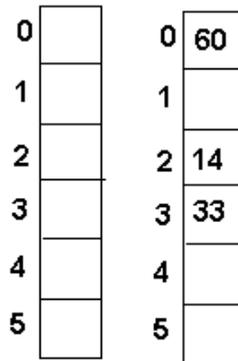
Dek Makrit sedang belajar mengenai Hash Table. Hash Table adalah sebuah struktur data yang dapat melakukan operasi insert (peletakan data) dan search (pencarian data) dengan sangat cepat. Hash Table diimplementasi dengan tabel, namun berbeda dengan menggunakan tabel saja, dengan hash table Dek Makrit tidak harus menelusuri seluruh tabel untuk mencari sebuah bilangan. Dek Makrit mengimplementasi hash table dengan cara sebagai berikut:

- Dek Makrit membuat sebuah tabel yang memiliki K buah elemen, yang diberi indeks 0 sampai dengan $K - 1$.
- Dek Makrit kemudian membuat sebuah fungsi hash $f(x) = y$, yang memetakan nilai x ke y. Nilai y haruslah berada dalam range 0 sampai dengan $K - 1$, inklusif.

- Setiap kali Dek Makrit meng-insert data x , Dek Makrit akan menghitung $f(x)$, lalu memasukkan x ke dalam tabel pada indeks ke- $f(x)$.
- Setiap kali Dek Makrit mau mencari apakah data x ada atau tidak di dalam hash table, ia akan menghitung $f(x)$, lalu melihat apakah indeks ke- $f(x)$ berisi data yang ingin dicarinya.

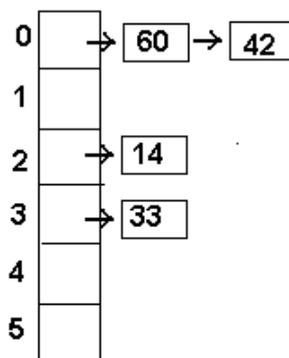
Misalnya Dek Makrit ingin membuat hash table untuk menyimpan integer. Ia memilih $K = 6$ dan fungsi hash $f(x) = x \bmod 6$. Pada mulanya semua elemen tabel masih kosong.

Setelah Dek Makrit meng-insert 14, 33, dan 60, isi tabel menjadi seperti berikut.



Gambar 2

Dek Makrit melihat bahwa mudah sekali terjadi konflik. Misalnya, jika ia meng-insert 42, $f(42) = 0$, sehingga jika ia meletakkan 42 di posisi 0, 60 akan terhapus. Agar satu indeks dapat menyimpan lebih dari satu nilai, ia menambahkan sebuah daftar di setiap indeks elemen agar dapat menyimpan lebih dari satu nilai. Misalnya, setelah peletakan 42, tabel menjadi seperti gambar 3 (ke kanan adalah daftar yang ditambahkan pada indeks sebuah elemen) dan panjang daftar di indeks 0 adalah 2. Catatan: urutan angka yang dimasukkan dalam daftar tidak menjadi masalah.



Gambar 3.

14. Misalkan setelah itu, Dek Makrit memasukkan angka-angka 70, 80, 90, ..., 600. Setelah selesai, berapakah banyak nilai pada daftar dari indeks ke-2? Jawab: ...

Jawaban: 19

Dengan fungsi hash $x \bmod 6$, yang akan masuk ke indeks 2 adalah 80, 110, 140, ..., 590. Jadi indeks ke-2 yang awalnya hanya berisi 1 nilai akan mendapat tambahan $(590-80)/30+1 = 18$ elemen baru. (*mudah*)

15. Tetap pada kondisi yang sama, berapakah banyaknya nilai tersimpan pada daftar indeks ke-1?
Jawab: ...

Jawaban: 0

Yang tersimpan di indeks 1 adalah 0 bilangan. (*mudah*)

Menurut Dek Makrit, menyimpan terlalu banyak angka di dalam hash table yang kecil adalah ide yang buruk, karena semakin panjang daftar yang ada, semakin lambat pula operasi pencarian. Dek Makrit mendapat saran dari seorang pakar untuk memilih K yang cukup besar agar panjang daftar per indeks tidak lebih dari satu atau dua.

16. Dek Makrit kemudian mengosongkan hash table-nya, dan sekarang ia memilih $K = 600$ dan $f(x) = x \bmod 600$. Lalu ia memasukkan angka-angka 10, 20, 30, dst, yang selalu lebih besar 10 dari bilangan sebelumnya. Ada berapa bilangan yang harus dimasukkan agar panjang daftar di indeks ke-470 mencapai 3? Jawab: ...

Jawaban: 167

Saat mencapai 3, isinya adalah 470, 1070, dan 1670. Jadi kita perlu menambah 167 bilangan baru. (*mudah*)

17. Ternyata memilih $f(x) = x \bmod 600$ untuk tabel berukuran $K = 600$ bukan ide yang bagus, karena seperti contoh di atas, panjang daftar di indeks yang berbeda-beda sangat tidak merata untuk masukan 10, 20, 30, Dek Makrit kemudian mengubah fungsi hash-nya menjadi $f(x) = (x \bmod 601) \bmod 600$ dan ia kemudian mengosongkan hash table dan mulai memasukkan 10, 20, 30, dst. Ada berapa bilangan yang harus dimasukkan sehingga panjang daftar di indeks ke-470 mencapai 3? Jawab: ...

Jawaban: 1249

Saat mencapai 3, isinya adalah 470, 6480, dan 12490. Jadi kita perlu menambah 1249 bilangan baru. (*sulit*)

18. Pada saat tersebut, berapakah selisih antara panjang daftar yang terpanjang dan panjang daftar yang terpendek? Jawab: ...

Jawaban: 3

601 merupakan bilangan prima sehingga setiap angka akan didistribusikan merata sehingga tidak ada indeks yang terisi lebih dari 3. Untuk bilangan 10, 20, 30, ..., 590, 600, indeks yang diisi adalah indeks 10, 20, 30, ..., 590, 0. Untuk bilangan 610, 620, ..., 1200, indeks yang diisi adalah indeks 9, 19, ..., 599. Jadi saat mencapai 5410, 5420, ..., 6000, indeks 0..599 sudah terisi masing-masing 1. Lalu saat memasukkan 6010, akhirnya semua indeks 0 terisi 2 kali.

Jadi saat memasukkan 12490, indeks 0 sudah terisi sebanyak 5 kali. Lalu indeks 480 pasti baru terisi 2 kali (karena terisinya setelah indeks 470). Jadi selisihnya adalah 3. (*sulit*)

19. Misalkan Dek Makrit tidak lagi menyimpan angka di hash table, tetapi menyimpan string. Ia mencoba untuk $K = 5$ dan $f(x) =$ banyaknya karakter 'a' di dalam string tersebut, mod 5. Ada

berapa banyak kemungkinan string yang terdiri atas tujuh huruf yang tersusun atas karakter 'a'-
'c' yang akan dimasukkan ke indeks ke-0? Jawab: ...

Jawaban: 212

Yang akan masuk adalah string yang mengandung 5 huruf 'a' atau tidak mengandung huruf 'a'
sama sekali. Banyaknya string yang mengandung 5 huruf 'a' adalah:

Jumlah kombinasi untuk 5 posisi pemasangan huruf 'a' di string * jumlah permutasi untuk 2
huruf lainnya = ${}^7C_5 * (2*2) = 84$.

Banyaknya astring yang tidak mengandung huruf 'a' adalah:

Jumlah permutasi untuk 7 huruf yang hanya boleh merupakan 'b' atau 'c' = $2^7 = 128$.

Jadi ada 212 kemungkinan. (*sedang*)

20. Jika Dek Makrit mengubah $f(x) = (\text{banyaknya 'a' x banyaknya 'b' x banyaknya 'c'}) \pmod 5$, dari
antara semua string tujuh huruf yang tersusun atas karakter 'a'-'c', ada berapa banyak
kemungkinan string yang akan dimasukkan ke indeks ke-0? Jawab: ...

Jawaban: 507

Yang masuk indeks 0 adalah string yang mengandung komposisi:

- 0, 1, 6: maksudnya ada huruf yang tidak muncul, ada yang muncul hanya sekali dan ada yang
muncul 6 kali. Jumlah kemungkinannya =
= Kombinasi huruf dengan komposisi yang disebutkan * jumlah permutasi
= $3! * \frac{7!}{6!1!}$
= $6 * 7 = 42$
- 0, 0, 7. Jumlah kemungkinannya =
= 3.
- 0, 2, 5. Jumlah kemungkinannya =
= $3! * \frac{7!}{5!2!}$
= $6 * 21 = 126$
- 0, 3, 4. Jumlah kemungkinannya =
= $3! * \frac{7!}{3!4!}$
= $6 * 35 = 210$
- 1, 1, 5. Jumlah kemungkinannya =
= $\frac{3!}{2!1!} * \frac{7!}{5!1!1!}$
= $3 * 42 = 126$

Jadi totalnya ada $42+3+126+210+126 = 507$. (*sulit*)

Memisahkan Ikan

Dek Makrit baru selesai belajar logika. Pada pelajaran tersebut, dia mengenal operator logika
AND dan OR. Operator tersebut membutuhkan dua operan, yang menghasilkan nilai benar atau
salah. Ekspresi yang diberi tanda kurung akan dikerjakan lebih dahulu. Hasil operasi dengan
kedua operator tersebut adalah sebagai berikut:

P (operan)	Q (operan)	P AND Q	P OR Q
Benar	Benar	Benar	Benar
Benar	Salah	Salah	Benar
Salah	Benar	Salah	Benar
Salah	Salah	Salah	Salah

Kebetulan dia akan membersihkan akuarium tempat ikan-ikannya. Untuk itu dia perlu memindahkan ikan-ikannya ke tempat sementara. Sambil mengulang pelajaran, dia ingin membuat kalimat logika yang akan menentukan ikan yang mana akan masuk ke baskom yang mana (baskom 1 atau 2). Variabel yang digunakan:

Variabel	Pernyataan
X	Ikan dengan umur lebih dari 16 bulan
Y	Ikan dengan umur lebih dari 12 bulan
Z	Ikan yang diawasi orang tua
W	Ikan yang beratnya kurang dari 1 kg
H	Ikan yang hidup

Tentukan kalimat logika yang dibuat oleh Dek Makrit. :

29. Ikan berumur lebih dari 16 bulan atau ikan yang berumur lebih dari 12 bulan dan diawasi orang tuanya. Jawab:

Jawaban: $X \text{ OR } (Y \text{ AND } Z)$ //hati-hati baca juga soal nomor 30 (mudah)

30. Kalimat di soal sebelumnya juga dapat dinyatakan sebagai berikut: (Ikan yang berumur lebih dari 16 bulan atau lebih dari 12 bulan), dan, (ikan yang berumur lebih dari 16 bulan atau diawasi orang tuanya). Jawab:

Jawaban: $(X \text{ OR } Y) \text{ AND } (X \text{ OR } Z)$ (mudah)

Keesokan harinya, Dek Makrit melanjutkan belajar dan mengenal operator NOT yang membutuhkan satu operan dan memiliki hasil operasi sebagai berikut.

P (operan)	NOT P
Benar	Salah
Salah	Benar

31. Ikan dengan berat kurang dari 1 kg dan mati atau ikan dengan berat lebih dari atau sama dengan 1 kg tetapi hidup. Jawab:

Jawaban: $(W \text{ AND } \text{NOT } H) \text{ OR } (\text{NOT } W \text{ AND } H)$ (sedang)

32. Seluruh ikan yang tersisa dari pernyataan pada soal nomor 29 s/d 31. Jawab:

Jawaban: $\text{NOT}((X \text{ OR } (Y \text{ AND } Z)) \text{ OR } ((W \text{ AND NOT } H) \text{ OR } (\text{NOT } W \text{ AND } H)))$
 atau
 $\text{NOT } (((X \text{ OR } Y) \text{ AND } (X \text{ OR } Z)) \text{ OR } ((W \text{ AND NOT } H) \text{ OR } (\text{NOT } W \text{ AND } H)))$ (sedang)

OSK 2012

20. Ibu Martha sedang belanja di pasar. Ia hendak berbelanja tepung untuk membuat kue. Ia hanya membawa uang Rp 10.000,00. Sementara itu ia melihat 5 merk tepung, dengan spesifikasi sebagai berikut:

Merk	Harga	Jumlah kue yang dapat dihasilkan
A	Rp 1.000,00	2
B	Rp 3.000,00	5
C	Rp 4.000,00	7
D	Rp 2.000,00	5
E	Rp 2.000,00	6

Toko yang Ibu Martha datangi hanya memiliki tepat satu unit tepung untuk setiap merknya. Berapa kue yang dapat Ibu Martha hasilkan dengan batasan uang yang ia miliki?

- A. 17
- B. 18
- C. 20
- D. 21
- E. 25

Jawaban: 20

Permasalahan ini dapat diselesaikan dengan algoritma *Dynamic Programming* untuk persoalan *Knapsack*. Idanya adalah menggunakan tabel untuk mencatat jumlah kue terbanyak yang bisa dihasilkan.

		Uang									
		1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000	10000
Barang	A	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	A-B	2	2	5	7	7	7	7	7	7	7
	A-C	2	2	5	7	9	9	12	14	14	14
	A-D	2	5	7	7	10	12	14	14	17	19
	A-E	2	6	8	11	13	13	16	18	20	20

Nilai pada baris pertama menunjukkan jumlah kue yang bisa dibuat dengan adanya barang A untuk setiap kemungkinan uang. Nilai pada baris kedua menunjukkan jumlah kue yang bisa dibuat dengan adanya barang B untuk setiap kemungkinan uang.

Jadi maksimal Ibu Martha bisa membuat 20 kue dengan uang Rp 10.000,00. (mudah)

Deskripsi berikut untuk nomor 27-30

Sebuah pohon keluarga terdiri dari 10 anggota keluarga A, B, C, D, E, F, G, H, I, dan J. Diketahui beberapa fakta sebagai berikut

- J adalah anak tunggal. Dia juga keponakan dari C
- E adalah ibu dari I
- B adalah ibu menantu dari F
- A dan B adalah pasangan suami-istri yang memiliki dua anak. Keduanya laki-laki.
- G memiliki paman D
- H adalah seorang perempuan, sedangkan adik dan kakaknya semuanya laki-laki.
- D adalah kakak ipar E

Semua orang terhubung dalam pohon keluarga dan tidak ada orang yang hilang.

27. Siapakah yang tidak bisa ditentukan jenis kelaminnya?

- A. A
- B. C
- C. F
- D. I
- E. J

28. Siapakah yang pasti lebih tua dari C?

- A. A
- B. D
- C. F
- D. E
- E. G

29. Yang mungkin menjadi adik dari H adalah?

- A. C
- B. F
- C. I
- D. J
- E. E

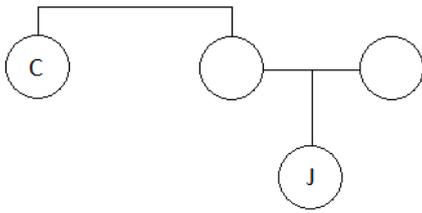
30. Ayah dari J adalah?

- A. A
- B. C
- C. F
- D. D
- E. G

Jawaban:

Diketahui beberapa fakta sebagai berikut:

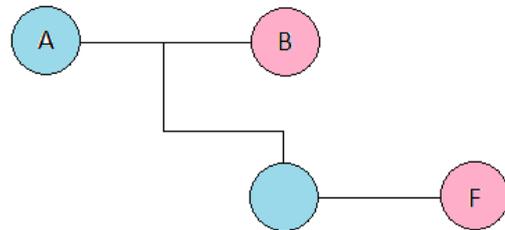
- J adalah anak tunggal. Dia juga keponakan dari C



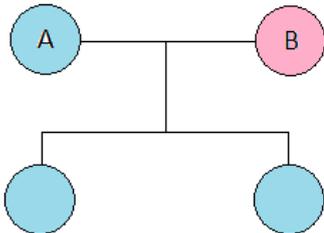
- E adalah ibu dari I



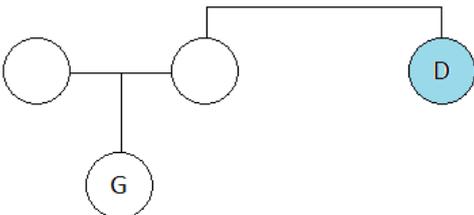
- B adalah ibu menantu dari F



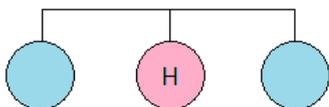
- A dan B adalah pasangan suami-istri yang memiliki dua anak. Keduanya laki-laki.



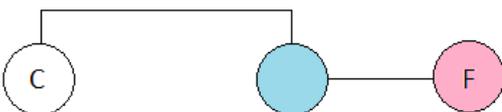
- G memiliki paman D



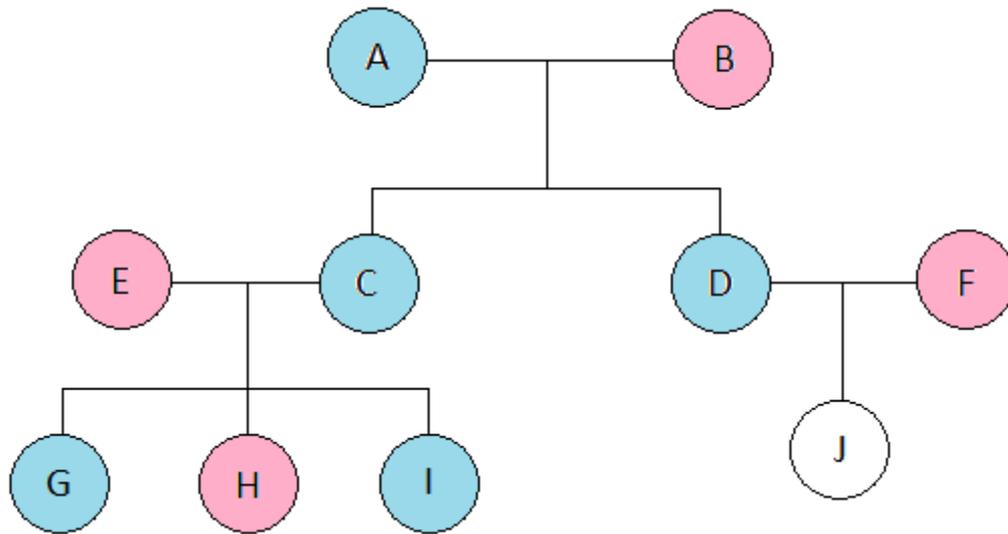
- H adalah seorang perempuan, sedangkan adik dan kakaknya semuanya laki-laki.



- C adalah adik ipar F



Semua orang terhubung dalam pohon keluarga dan tidak ada orang yang hilang. Jika ditelusuri dan dianalisa akan diperoleh:



27. Jawabannya adalah E. (sedang)

28. Jawabannya adalah A. (sedang)

29. Jawabannya adalah C. (sedang)

30. Jawabannya adalah D. (sedang)

Pembahasan
Contoh Soal
Tipe Deret

OSP 2011

2. Dalam suatu deret bilangan bulat $\{x_i, i > 0\}$, $x_{i+1} = 2 x_i$. (bilangan berikutnya = dua kali bilangan sebelumnya). Jika jumlah sebelas bilangan pertama berurutan adalah 14329 maka bilangan kelimabelasnya adalah

Jawaban: 114688

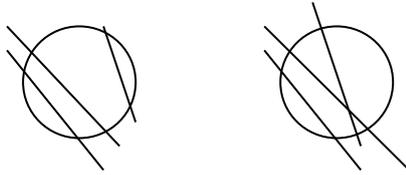
$$\frac{a(2^{11}-1)}{(2-1)} = 14329, \text{ maka } a = 7; U_{15} = 7 \cdot 2^{14} = \mathbf{114688} \text{ (mudah)}$$

Pembahasan
Contoh Soal
Tipe Geometri

OSK 2011

26. Sebuah lingkaran akan dibagi-bagi menjadi sejumlah bidang yang dibentuk dengan menggambar garis lurus yang memotong dua tepi lingkaran.

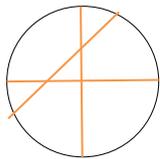
Dengan menggambar 3 garis sebagai berikut, terbentuk 4 atau 5 bidang



Berapa bidang maksimal yang dihasilkan dengan 3 garis?

- A. 9
- B. 5
- C. 7
- D. 6
- E. 8

Jawaban: 7



Seperti yang ditunjukkan pada gambar di atas, bidang maksimal yang dapat dibentuk dari 3 yaitu **7 (mudah)**

Pembahasan
Contoh Soal
Tipe Graf

OSK 2010

Deskripsi berikut adalah untuk menjawab pertanyaan no 14 sampai dengan 17

Sebuah alat musik baru sedang dibuat. Musik hanya akan membunyikan 5 nada saja: do, re, mi, fa, dan sol. Terdapat dua tombol untuk membunyikan nada-nadanya: tombol merah, dan tombol putih. Nada yang akan dibunyikan saat penekanan suatu tombol tergantung pada nada sebelumnya dan tombol apa yang ditekan. Pada saat dihidupkan alat musik dalam keadaan 'reset'. seperti tabel berikut (Sementara, pada saat dihidupkan maka mesin akan langsung membunyikan nada do).

Nada sebelumnya	Setelah menekan tombol merah	Setelah menekan tombol putih
Do	mi	re
Re	fa	mi
Mi	fa	mi
Fa	sol	fa
Sol	mi	do

14. Jika ditekan 7 kali tombol merah setelah dihidupkan maka nada apakah yang terakhir terdengar?

- A. do
- B. re
- C. mi
- D. fa
- E. sol

Jawaban: mi

Sesuai dengan urutan penekanan, do-mi-fa-sol-mi-fa-sol-mi. (*mudah*)

15. Jika sejak dihidupkan diikuti beberapa kali penekanan tombol dan terdengar nada-nada "do-re-mi-fa-sol-do" maka berapa kali tombol merah ditekan dalam rangkaian penekanan itu?

- A. 3
- B. 0
- C. 4
- D. 1
- E. 2

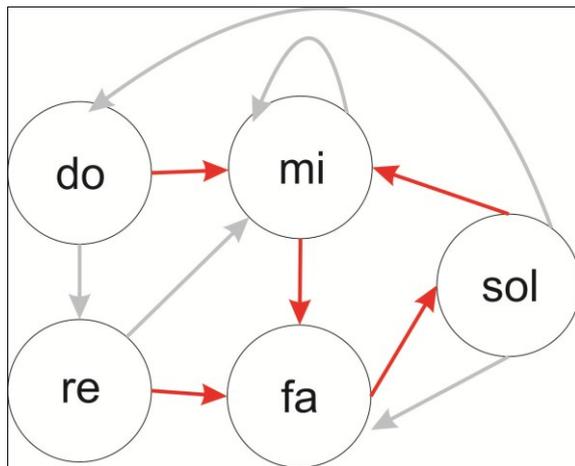
Jawaban: 2

Sesuaikan nada dengan tombol yang ditekan do-re(putih)-mi(putih)-fa(merah)-sol(merah)-do(putih). (*mudah*)

16. Setelah dihidupkan dilakukan penekanan 4 kali tombol maka berapa banyak kemungkinan nada terakhir yang mungkin jika diketahui nada setelah penekanan ke 3 bukan mi dan bukan fa?

- A. 1
- B. 5
- C. 2
- D. 4
- E. 3

Jawaban: 2



Pembahasan: Dari gambar di atas dapat dilihat bahwa nada penekanan ke 3 yang bukan mi dan fa pastilah sol dan hanya memiliki kemungkinan 2 nada selanjutnya yaitu fa dan do. (sedang)

17. Sejak nada do terakhir terdengar sedikitnya berapa kali penekanan yang harus dilakukan agar nada do kembali muncul?

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4
- E. 5

Jawaban: 4

Pembahasan: Dari gambar di atas dapat dilihat bahwa jalan terpendek dari do menuju do lagi melalui 3 nodes dan 4 edges. (sedang)

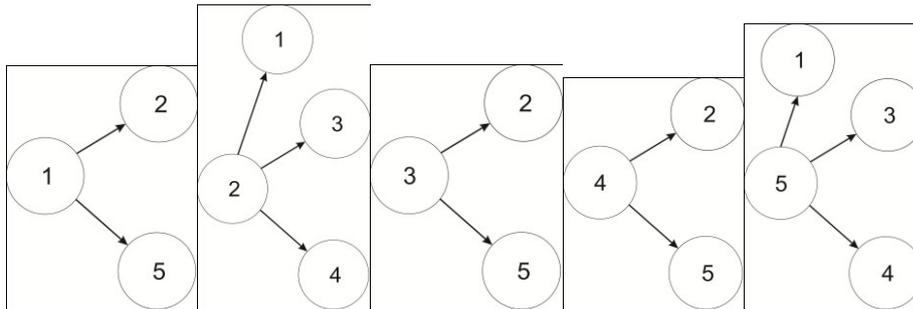
OSP 2010

Deskripsi berikut adalah untuk menjawab pertanyaan no.3 sampai dengan no.7.

Terdapat N buah lampu b_1, b_2, \dots, b_n dan tombolnya masing-masing di bawah setiap lampu itu. Tombol itu berperilaku aneh, jika tombol suatu lampu b_i ditekan sekali, lampu b_i berubah dari mati menjadi terang atau dari terang menjadi mati. Selain itu, ada beberapa lampu yang ikut berubah, mati menjadi terang atau terang menjadi mati. Hubungan lampu-lampu lain yang ikut berubah dinyatakan dengan relasi (i, j) . Jika relasi (i, j) itu ada, maka penekanan tombol di b_i akan berdampak juga pada lampu di b_j selain b_i itu sendiri, dan sebaliknya, penekanan tombol di b_j berdampak juga pada lampu di b_i .

3. Ada 5 buah lampu: b_1, b_2, b_3, b_4 , dan b_5 , dan terdapat relasi $(1, 2), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 5)$. Jika mula-mula seluruh lampu mati, apa yang terjadi dengan b_1 dan b_2 jika dilakukan penekanan berturut-turut pada tombol-tombol b_1, b_2 , dan b_3 , dan b_5 , masing-masing sekali? Jawab dengan memilih: [tuliskan jawaban anda dalam lembar jawaban hanya huruf pilihannya].
- (A) keduanya mati,
 - (B) keduanya terang,
 - (C) b_1 terang dan b_2 mati, atau
 - (D) mati dan b_2 terang

Jawaban: (B) Keduanya terang (*sedang*)



Dapat dilacak urutan nyalanya berdasarkan ketergantungan lampu dengan tombol yang ditekan sesuai gambar di atas.

4. Jika mula-mula seluruh lampu mati, tuliskan berapa banyak penekanan sesedikit-sedikitnya untuk membuat semua lampu menjadi terang dilakukan? [tuliskan hanya angka atau jika tidak ada sebutkan "TIDAK ADA").

Jawaban: 3

Dapat dilakukan dengan menekan tombol 1, 3 dan 4 dengan referensi gambar di atas dianalisa pengaruhnya. (*sulit*)

5. Jika ditambahkan relasi (2, 4) dengan pertanyaan yang sama dengan no 0, bagaimana jawaban anda sekarang?

Jawaban: 3

Soalnya masih sama. (*mudah*)

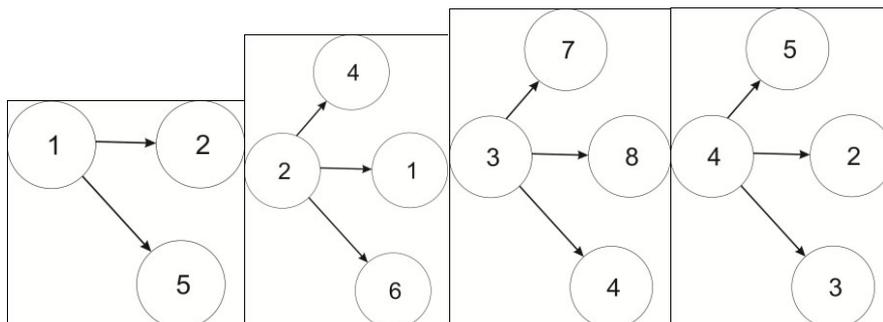
6. Seperti pada pertanyaan no. 5 yaitu adanya relasi tambahan (2, 4), kecuali hanya satu yang terang yaitu b_2 , tuliskan jumlah penekanan minimal (sesedikit mungkin) untuk membuat semua terang?

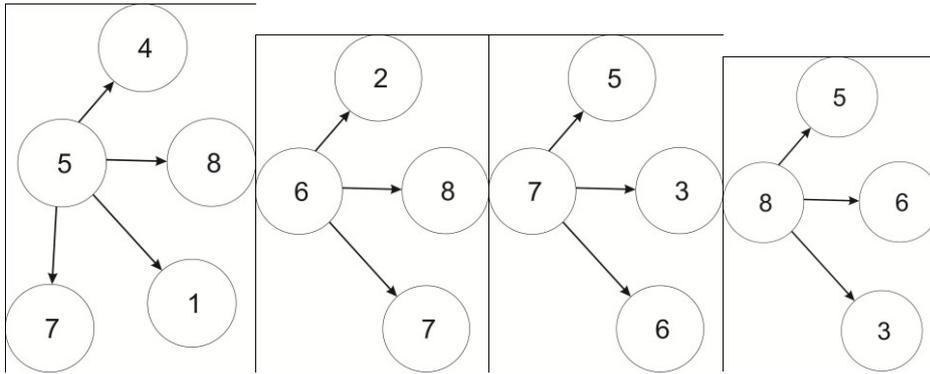
Jawaban: 1

Dapat dilakukan dengan hanya menekan tombol 5 dengan referensi gambar di atas dianalisa pengaruhnya. (*mudah*)

7. Untuk 8 lampu dengan relasi-relasi: (5, 8), (1, 5), (8, 6), (1, 2), (7, 3), (8, 3), (6, 7), (2, 6), (7, 5), (5, 4), (4, 2), (3, 4). Semula semua mati, berapa penekanan yang dilakukan sesedikit-sedikitnya agar semua lampu menjadi terang?

Jawaban: 4 (*sulit*)





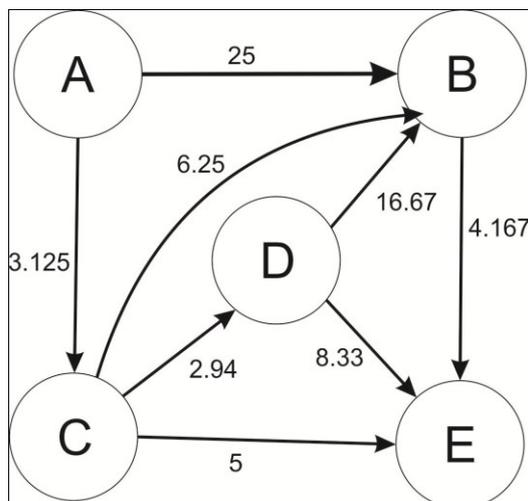
OSN 2010

13. Lima buah pulau A, B, C, D, dan E terhubung melalui beberapa jembatan satu arah. Untuk alasan keamanan, setiap kendaraan bermotor yang melintasi jembatan-jembatan tersebut harus mengikuti batas kecepatan yang telah ditetapkan oleh dinas terkait. Karena kekuatan dan bahan tiap jembatan berbeda, batas kecepatan masing-masing jembatan pun berbeda-beda pula. Satu-satunya cara melintas dari satu pulau ke pulau lainnya adalah melewati jembatan tersebut. Diberikan batas maksimal kecepatan melintas pada masing-masing jembatan berikut:

- A → B = 10 m/detik
- A → C = 80 m/detik
- B → E = 60 m/detik
- C → B = 40 m/detik
- C → D = 85 m/detik
- C → E = 50 m/detik
- D → B = 15 m/detik
- D → E = 30 m/detik

Apabila panjang masing-masing jembatan seragam yaitu 250 m dan Pak Dengklek memulai perjalanan antarpulainya dari pulau A, berapa detikkah waktu minimum yang diperlukan Pak Dengklek untuk melewati jembatan menuju pulau B (pembulatan ke bawah dalam satuan detik)?

Jawaban: 9.375

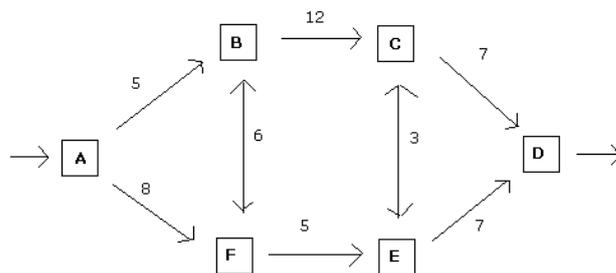


Pembahasan: Dapat diperoleh jawabannya dengan mencari jarak terpendek dari A ke B menggunakan gambar di atas. (sulit)

Untuk soal 20 sampai dengan 23:

Berikut ini adalah peta pipa air yang melewati ladang-ladang A, B, C, D, E, F. Arah panah menunjukkan arah air yang mengalir dalam pipa tersebut. Untuk pipa yang menghubungkan B-F dan pipa yang menghubungkan C-E, air dapat mengalir ke arah mana saja tapi pada satu waktu hanya pada satu arah saja. Angka-angka yang tertera menunjukkan kapasitas (debit) pipa dalam kiloliter per detik. Misalnya, pipa yang menghubungkan B dan C dapat menyalurkan maksimum 12 kiloliter per detik, dari B ke C.

Tanpa adanya penimbunan air di sebuah ladang, tentu banyak air yang masuk ke sebuah ladang harus tepat sama dengan banyak air yang keluar dari ladang tersebut. Misalnya, jika 4 kiloliter/detik masuk dari A ke B dan 5 kiloliter/detik masuk dari F ke B, maka 9 kiloliter/detik air harus keluar dari B ke C.



20. Tentu banyak air yang masuk ke A per detik harus sama dengan banyak air yang keluar dari D per detik. Berapa kiloliter/detik air paling banyak yang dapat mengalir masuk ke A (atau keluar dari D) yang dapat ditampung jaringan pipa ini?

Jawaban: 13

Aliran dari F ke B sebesar 3 dan aliran dari C ke E sebesar 1 agar dapat menghasilkan aliran tetap sebesar 13 pada D. Perhitungan ini didapatkan dengan hanya mengatur aliran BF dan CE.

(mudah)

21. Jaringan di atas diubah sehingga pipa yang menghubungkan B dan F hanya memiliki kapasitas 1 kiloliter/detik? Berapa kiloliter/detik air paling banyak yang dapat mengalir masuk ke A (atau keluar dari D) yang dapat ditampung jaringan pipa ini?

Jawaban: 11

Aliran dari F ke B sebesar 1 dan aliran dari C ke E sebesar 0 agar dapat menghasilkan aliran tetap sebesar 11 pada D. Perhitungan ini didapatkan dengan mengatur aliran BF dan CE serta mempertimbangkan aliran FE sebesar 5 dan FB sebesar 1 sehingga AF maksimal bernilai 6 dan AB tetap maksimal bernilai 5. *(mudah)*

22. Ladang B membutuhkan sebanyak-banyaknya air, dan Anda dapat mengatur banyaknya air yang masuk ke A (atau yang keluar dari D) dan ke arah mana dan berapa banyak air mengalir dalam setiap pipa. Berapa kiloliter/detik air paling banyak yang dapat melalui B sehingga tidak melanggar kapasitas setiap pipa dalam jaringan?

Jawaban: 10

Pembahasan: Aliran dari F ke B sebesar 5 agar aliran ke B bernilai maksimal. Perhitungan ini didapatkan dari keluaran dari C yang memiliki maksimal 10 yaitu CD sebesar 7 dan CE sebesar 3. (sedang)

23. Jika ladang B membutuhkan minimum aliran 10 kiloliter/detik air melalui B, dan Anda dapat mengatur banyaknya air yang masuk ke A (atau yang keluar dari D) dan ke arah mana dan berapa banyak air mengalir dalam setiap pipa. Berapa kiloliter/detik air paling banyakkah yang dapat mengalir melalui E sehingga tidak melanggar kapasitas setiap pipa dalam jaringan?

Jawaban: 6

Pembahasan: Seperti pada nomor sebelumnya karena FB sebesar 5 maka air yang tersisa untuk FE sebesar 3 dan CE sebesar 3 dan total air yang mengalir pada E sebesar 6. (sedang)

OSP 2011

Deskripsi persoalan Untuk soal 14 s/d 16:

Di sebuah bandara internasional di negara antah berantah, pengelola bandara tersebut menyediakan bis yang berjalan keliling dari terminal A, terminal B dan terminal Parkir. Bis tersebut berhenti secara berurutan di 4 titik di terminal A yaitu terminal A1, terminal A2, terminal A3, terminal A4 yang melayani penerbangan-penerbangan dalam negeri. Kemudian bis tersebut secara berurutan berhenti di 3 titik terminal B yaitu terminal B1, terminal B2 dan terminal B3 yang melayani penerbangan-penerbangan internasional. Dari terminal B 3 bis tersebut menuju terminal Parkir untuk berhenti sejenak, dan kemudian menuju kembali ke terminal A1 dan seterusnya berulang-ulang.

Di airport tersebut juga disediakan layanan dua buah kereta listrik, salah satunya hanya berjalan dari terminal A3 ke terminal parkir pulang pergi, dan kereta lainnya hanya berjalan dari terminal B2 ke terminal parkir pulang pergi.

Alat transportasi tersebut merupakan layanan dari pihak pengelola bandara, dan tidak ada alat transportasi lain di lingkungan bandara tersebut yang dapat dipergunakan. Semua transportasi tersebut berjalan terus menerus selama 24 jam dan tidak dikenakan biaya bagi siapapun yang ingin memanfaatkannya.

14. Untuk dapat mencapai terminal A4 dari terminal Parkir dengan hanya menjumpai titik pemberhentian yang paling sedikit, terminal-terminal yang akan dilalui berturut-turut adalah?

Jawab:

Jawaban: A3, A4 (mudah)

15. Di manakah tempat pemberhentian kedua bagi seseorang yang pergi dari terminal A2 ke terminal B3 yang melalui jalur paling sedikit? Jawab:

Jawaban: Terminal parkir (mudah)

16. Jika semua rute perjalanan berikut ini dibuat dengan kemungkinan titik pemberhentian yang paling sedikit, perjalanan yang perlu memanfaatkan kedua kereta listrik dan bis adalah : (tuliskan jawaban anda di lembar jawaban hanya huruf pilihan yang bersangkutan).

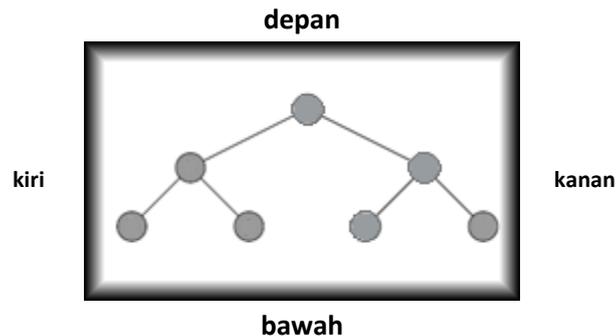
- Dari A2 ke A3
- Dari A4 ke B1
- Dari Terminal Parkir ke A2
- Dari Terminal Parkir ke A4
- Tidak Ada.

Jawaban: (E) Tidak Ada (mudah)

Menghias Akuarium

Dek Makrit ingin menghias akuariumnya dengan batu yang beragam ukuran (tidak ada dua batu dengan ukuran yang sama) yang diatur dengan susunan tertentu. Pada baris terdepan, hanya boleh ada satu batu di tengah-tengah. Menurutnya, akuariumnya akan semakin indah jika setiap batu memiliki satu atau dua batu yang disusun di posisi kiri belakang atau kanan belakang,

Gambaran batu dan akuarium tampak atas dalam dua dimensi adalah sebagai berikut :



Sebuah rancangan susunan batu dapat dinyatakan dalam pola A, B atau C. Misal, pada contoh gambar satu, rancangan dapat dinyatakan dalam ketiga pola sebagai berikut :

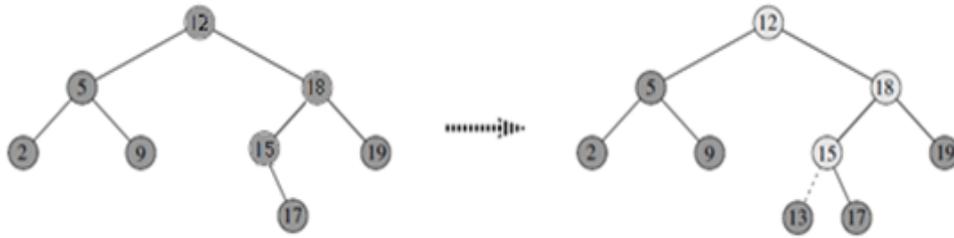
Jenis Pola	Pola
A	12,5,2,9,18,15,13,17,19
B	2,5,9,12,13,15,17,18,19
C	2,9,5,13,17,15,19,18,12

*cara menulis susunan batu dengan pola A, B, atau C ini penting anda pahami untuk menjawab soal

Pak Dengklek kemudian memberi tantangan kepada Dek Makrit agar menyusun sesuai kriteria tertentu, sehingga apabila Dek Makrit berhasil menyusun sesuai kriteria tersebut, Pak Dengklek akan memberi hadiah lain untuk akuarium Dek Makrit.

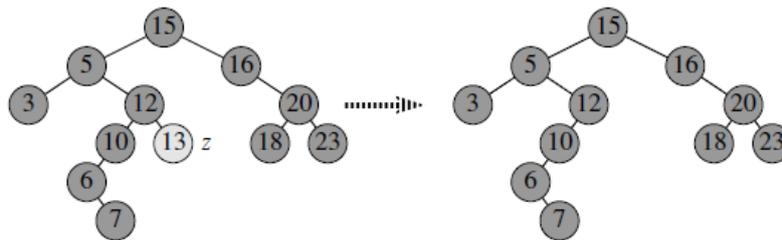
Berikut adalah kriteria yang diberikan oleh Pak Dengklek:

- Sebuah batu akan berada di kiri belakang batu lain, jika dan hanya jika ukurannya lebih kecil daripada ukuran batu yang didepannya. Dan sebuah batu akan berada di kanan belakang jika ukurannya lebih besar
- Jika menambahkan batu ke susunan yang telah ada, harus menyusuri dari barisan depan, dan menyesuaikan dengan kriteria pertama. Pada gambar berikut adalah proses penambahan batu berukuran 13 ke susunan yang sudah ada.

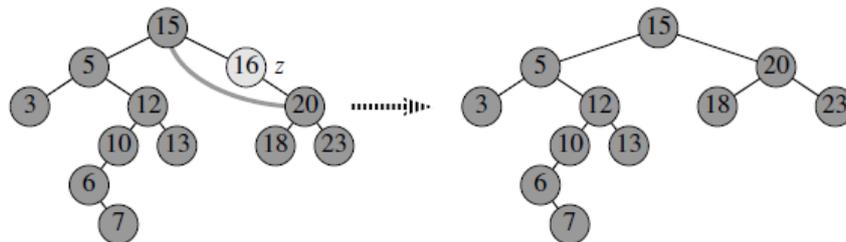


Gambar 1,

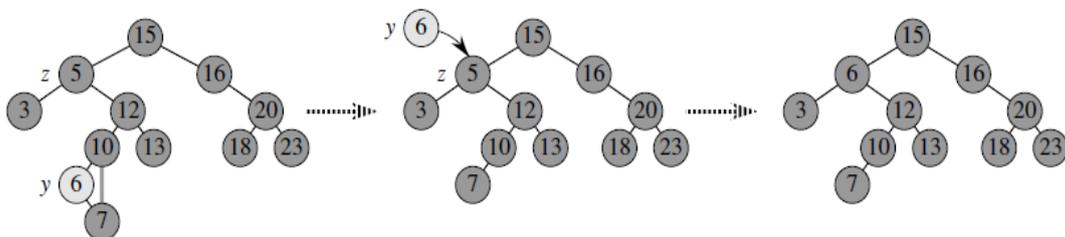
- Untuk mengeluarkan batu dari susunan yang telah ada, berlaku aturan berikut:
 - Keluarkan langsung batu tersebut jika tidak memiliki batu lain di belakangnya (a)
 - Jika hanya ada 1 batu tepat di belakang batu yang akan dikeluarkan, keluarkan batu tersebut. Batu-batu dibelakangnya dimajukan ke satu barisan didepannya. (b)
 - Jika ada dua batu yang berada dibelakang batu yang akan diambil. Ambil batu yang berada di susunan bagian kanan belakang paling kiri dan tidak punya batu di kiri belakangnya sebagai pengganti batu yang diambil. Batu lain yang berada di belakang batu pengganti dimajukan ke satu barisan didepannya. (c)



(a)



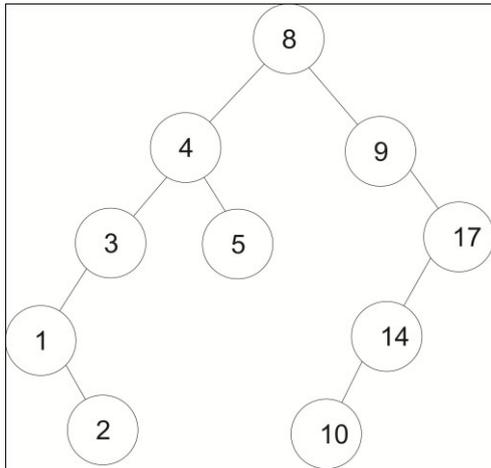
(b)



(c)

10. Dek Makrit mengambil 10 batu sembarang yang berturut-turut memiliki ukuran 8, 4, 3, 5, 9, 17, 14, 1, 2, 10. Bagaimanakah susunan batu yang terbentuk agar Dek Makrit mendapat hadiah dari pak Dengklek jika dinyatakan dengan pola A? Jawab: ..., ..., ..., ...

Jawaban: 8,4,3,1,2,5,9,17,14,10



Buat terlebih dahulu pohonnya berdasarkan masukan, lalu baca sesuai dengan pola A. (sedang)

11. Dek Makrit kemudian mengeluarkan batu satu per satu secara berturut-turut yang berukuran 17, 9 dan 3. Bagaimanakah susunan batu sekarang jika dinyatakan dengan pola C? Jawab: ..., ..., ..., ...

Jawaban: 2,1,5,4,10,14,8

Ikuti aturan pengeluaran batu dan kemudian baca sesuai pola C. (sedang)

12. Dek Makrit kemudian menambahkan batu berukuran 15, 6, 11, dan 7. Ternyata Dek Makrit menemukan sebuah batu yang posisinya jauh paling belakang. Sebutkan urutan batu jika disusuri dari paling depan hingga ke batu paling belakang tersebut (dipisahkan oleh koma). Jawab: ..., ..., ..., ...

Jawaban: 8,4,5,6,7

Ikuti aturan penambahan batu dan kemudian susuri batu dari paling depan hingga yang paling belakang. (sedang)

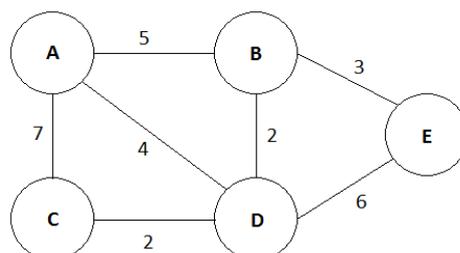
13. Dek Makrit kemudian menyadari bahwa susunan ini dapat menjadi susunan yang sangat jelek, yaitu saat seluruh batu membentuk susunan yang berupa garis lurus. Berikan salah satu contoh pengambilan batu yang membentuk susunan yang sangat jelek dengan batu yang berukuran 1 hingga 5 (dipisahkan oleh koma). Jawab: ..., ..., ..., ...

Jawaban: 1,2,3,4,5 atau 5,4,3,2,1

Karena masukan ini akan menyebabkan pohon lebih berdaun di sebelah kiri atau kanan. (mudah)

Road Network

Sebuah kota digambarkan dengan sebuah graph sebagai berikut



Kota digambarkan oleh lingkaran/simpul dan garis/jalur menggambarkan jalan dua arah yang menghubungkan dua kota beserta jaraknya.

24. Berapakah banyak jalur yang dapat ditempuh dari kota A ke kota E tanpa melalui kota yang sama dua kali? Jawab: ...

Jawaban: 6 (*sedang*)

25. Berapakah jarak terpendek yang dapat ditempuh dari kota A ke kota E? Jawab: ...

Jawaban: 8

Cari jarak terpendek dari A ke E dapat menggunakan algoritma tertentu seperti djikstra. (*sedang*)

26. Jika panjang jarak antara dua kota juga melambangkan jumlah moda transportasi antara dua kota tersebut, berapakah jumlah kemungkinan kombinasi moda transportasi yang dapat digunakan dalam perjalanan dari A menuju E tanpa melalui kota yang sama dua kali? Jawab: ...

Jawaban: 291

Banyak jalur pada nomor 4 ditelusuri di mana nilai-nilai jalurnya dikalikan satu per satu $5*3+4*2*3+7*2*2*3+5*2*6+4*6+7*2*6=291$. (*sulit*)

27. Pada perayaan 17 Agustus 2015, beberapa jalan akan dipilih untuk dibangun menjadi jaringan jalan tol sehingga setiap orang dapat berpergian dari dan ke kota manapun melalui jalan tol tersebut dan tepat hanya ada satu rute jalan tol yang menghubungkan antara dua kota. Berapakah total panjang jalan tol minimal yang dapat dibangun? Jawab: ...

Jawaban: 11

Mencari jalan-jalan minimum untuk disatukan membentuk jalan tol di mana kota yang termasuk dalam jaringan tidak perlu dibuat jalan lagi untuk ke kota tersebut. (*sedang*)

28. Setelah jalan tol selesai dibangun pada tahun 2016, beberapa jalan baru kemudian dibangun untuk menghubungkan dua kota yang sebelumnya tidak saling terhubung langsung oleh sebuah jalan. Ternyata, jaringan jalan tol yang sebelumnya telah dibuat tetap yang paling minimal meskipun ada jalan baru yang terbentuk. Bila panjang jalan selalu bilangan bulat positif, berapakah total panjang jalan baru terkecil yang mungkin dibangun? Jawab: ...

Jawaban: 12

$BC=3, AE=5, CE=4$, dicari terlebih dahulu jalan-jalan yang belum terhubung lalu cari nilai minimum agar jalan tol pada soal 27 tetap minimum. (*sulit*)

Pembahasan
Contoh Soal
Tipe Kombinatorika

OSP 2010

1. Udin sudah bisa menjumlah bilangan, tetapi baru saja belajar menulis angka. Udin baru bisa menulis angka 1, 2, 3 dan 4. Tetapi dia tidak menyadari bahwa angka 1 dan 4 berbeda, bagi Udin “angka 4 adalah cara lain untuk menuliskan angka 1.” Selain itu bilangan beberapa digit seperti 132 adalah bilangan yang bernilai sama dengan hasil penjumlahan dari digit-digit itu sendiri. Contoh : $132 = 1 + 3 + 2 = 6$ dan $112314 = 1 + 1 + 2 + 3 + 1 + 1 = 9$ (ingat, Udin menganggap 4 adalah 1). Sekarang, Udin ingin tahu berapa banyak cara yang dapat dilakukannya untuk menuliskan sebuah bilangan bernilai tertentu. Misalnya 2, Udin dapat menuliskan 5 bilangan yaitu : 11, 14, 41, 44 dan 2. Ada berapa banyak kemungkinan bilangan beberapa digit yang menurut Udin bernilai 3?

Jawaban: 13

Yang dapat dituliskan adalah 3, 12, 21, 42, 24, 111, 114, 141, 144, 411, 414, 441, 444. Jadi ada 13 kemungkinan. (*mudah*)

Deskripsi berikut adalah untuk menjawab pertanyaan no.13 sampai dengan no.15.

Pak Umar menaruh barang berharganya di sebuah brankas (lemari besi) dengan kunci kombinasi 7 digit setiap digit adalah bilangan 0 sampai dengan 9.

13. Suatu ketika Pak Umar mengatur kombinasinya sedemikian rupa sehingga tidak ada digit yang digunakan berulang (setiap digit maksimum satu kali). Suatu ketika ia lupa bilangan kombinasi tersebut dan meminta anda untuk mencoba-coba berbagai kemungkinan. Ada berapa kemungkinan kombinasi yang mungkin anda harus coba?

Jawaban: 604800

$${}_{10}P_7 = \frac{10!}{3!} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 604800 \text{ (*mudah*)}$$

14. Supaya tidak mudah kelupaan lagi ia men-set 3 digit berharga 0 (tidak tahu digit yang mana!) dan lainnya seperti sebelumnya maksimum hanya muncul 1 kali dalam kode (kecuali yang 0 tsb). Anda berancang-ancang kalau suatu ketika Pak Umar lupa kembali maka anda berhitung ada berapa kemungkinan kombinasi yang nanti harus dicoba.

Jawaban: 105840

Kombinasi untuk mengambil 4 dari 9 angka * permutasi 7 angka dengan 3 angka sama=

$$\begin{aligned} &= {}_9C_4 \cdot \frac{7!}{3!} \\ &= \frac{9!}{5!4!} \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \\ &= 3 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \\ &= 105840 \text{ (*sedang*)} \end{aligned}$$

15. Supaya semakin lebih mudah untuk diingatnya, maklum makin hari tambah pelupa saja, Pak Umar mensetnya kembali sedemikian rupa sehingga bilangan-bilangan itu tidak ada yang sama dan meningkat harganya dari kiri ke kanan. Ada berapa kemungkinan kombinasi?

Jawaban: 120

Untuk mendapat 7 bilangan berbeda yang menaik, caranya adalah mengambil 7 bilangan berbeda dari 10 bilangan tersebut dan mengurutkannya. Pasti hanya ada 1 kemungkinan urutan yang valid untuk setiap kombinasi. Jadi ada

$$\frac{10!}{7!3!} = 10 \cdot 3 \cdot 4 = 120 \text{ (sulit)}$$

OSN 2010

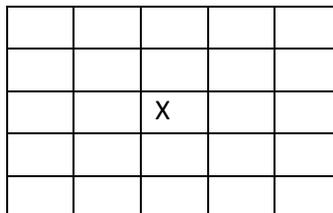
7. Berapakah banyaknya bilangan biner berdigit tujuh yang tidak memiliki dua digit 0 yang saling bersisian?

Jawaban: 21

Agar dua tidak ada 2 digit 0 yang saling bersisian, pasti bentuk bilangannya antara berikut ini:

- 1...0...1...0...1...0... (... menunjukkan adanya 0 atau lebih angka 1)
Untuk yang ini artinya kita bisa menaruh 1 angka 1 sisanya di posisi manapun dan ada 4 kemungkinan lokasi penyisipan yaitu (sebelum angka 0 pertama, setelah angka 0 pertama, setelah angka 0 kedua, dan setelah angka 0 ketiga). Jadi ada ${}_{(4+1-1)}C_{(4-1)} = 4$ kemungkinan.
- 1...0...1...0...
Untuk yang ini ada 3 kemungkinan lokasi untuk menaruh 3 angka 1 sisanya. Jadi ada ${}_{(3+3-1)}C_{(3-1)} = 10$ kemungkinan.
- 1...0...
Untuk yang ini ada 2 kemungkinan lokasi untuk menaruh 5 angka 1 sisanya. Jadi ada ${}_{(2+5-1)}C_{(2-1)} = 6$ kemungkinan.
- 1111111
Jadi totalnya ada $4+10+6+1 = 21$ kemungkinan. (sulit)

9. Perhatikan gambar peta berikut ini



Sebuah Robot diluncurkan dari bumi ke mars. Sayangnya, karena pendaratan yang tidak mulus, mesin robot rusak sehingga **tidak bisa bergerak berlawanan arah setelah sekali bergerak ke satu arah**. Artinya, jika robot bergerak ke utara, maka dia tidak bisa bergerak kembali ke selatan dan sebaliknya. Begitu pula jika ia bergerak ke barat, maka ia tidak akan bisa bergerak menuju timur, dan sebaliknya. Jika posisi awal robot ditandai dengan huruf X, maka berapa banyak kemungkinan rute yang diambil robot hingga ia tidak dapat bergerak lagi, berdasarkan peta tersebut?

Jawaban: 24

Karena robot tidak bisa bergerak ke arah yang berlawanan setelah bergerak ke satu arah artinya robot tersebut hanya bisa bergerak dalam arah kanan atas, kanan bawah, kiri atas, atau kiri bawah. Karena robot berada di tengah dan peta berbentuk persegi 5x5 maka setiap gerakan robot tersebut yang hanya terdiri dari gerakan ke kanan atau atas pasti memiliki jumlah kemungkinan jalur yang sama dengan kanan bawah, kiri atas, atau kiri bawah. Jadi kita cukup mencari kemungkinan jalur jika robot hanya bisa bergerak ke kanan atas lalu hasilnya dikali 4.

		1	3	6
		1	2	3
		X	1	1

Jadi untuk arah kanan atas hanya ada 6 kemungkinan gerakan sehingga banyaknya kemungkinan rute adalah $6 \cdot 4 = 24$. (*sedang*)

40. Wati menuliskan suatu bilangan yang terdiri dari angka 6 angka (6 digit) di papan tulis, tetapi kemudian Iwan menghapus 2 buah angka 1 yang terdapat pada bilangan tersebut sehingga bilangan yang terbaca menjadi 2002. Berapa banyak bilangan dengan enam digit yang dapat dituliskan Wati agar hal seperti diatas dapat terjadi?

Jawaban: 15

Ada 5 kemungkinan tempat menyisipkan 2 angka 1 pada bilangan tersebut yaitu di sebelum angka 2 pertama, setelah angka 2 pertama, setelah angka 0 pertama, setelah angka 0 kedua, dan setelah angka 2 kedua. Jadi ada ${}_{(5+2-1)}C_{(2-1)} = 15$ kemungkinan. (*sedang*)

42. Bilangan palindrom adalah bilangan yang sama jika dibaca dari kiri ke kanan atau sebaliknya. Sebagai contoh 35353 adalah bilangan palindrom, sedangkan 14242 bukan palindrom. Tentukan banyaknya bilangan bulat positif terdiri dari 5-angka bersifat palindrom yang habis dibagi 3.

Jawaban: 300

Karena palindrom, artinya kita cukup mencari digit ke-1, 2, dan 3 (digit ke-4 dan ke-5 menyesuaikan dengan digit ke-1 dan 2). Jika total dari semua digit suatu bilangan habis dibagi 3 maka bilangan tersebut pasti habis dibagi 3, jika tidak maka pasti tidak habis dibagi 3. Jadi jika total digit ke-1, 2, 4, dan 5 mod 3 = 1 maka digit ke-3 bernilai 2, 5, atau 8. Jika total digit ke-1, 2, 4, dan 5 mod 3 = 2 maka digit ke-3 bernilai 1, 4, atau 7. Jika total digit ke-1, 2, 4, dan 5 mod 3 = 0 maka digit ke-3 bernilai 0, 3, 6, atau 9.

Karena kita cukup mencari 2 digit awal, jadi banyaknya bilangan yang palindrom dan habis dibagi 3 = banyaknya bilangan 2 digit * 3
 $= 3 \cdot 10^2$
 $= 300$ (*sulit*)

47. Suatu susunan 10-angka 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 dikatakan susunan cantik jika memenuhi tiga aturan sebagai berikut:
- Jika yang dibaca dari kiri ke kanan hanya angka 0, 1, 2, 3, 4 membentuk barisan naik
 - Jika yang dibaca dari kiri ke kanan hanya angka 5, 6, 7, 8, 9 membentuk barisan turun, dan
 - Angka 0 bukan pada posisi pertama.

Sebagai contoh, 9807123654 adalah susunan cantik. Berapa banyak-kah susunan cantik tersebut.

Jawaban: 126

Angka 9 pasti berada di posisi pertama karena angka 0 pasti muncul sebelum 1, 2, 3, dan 4 dan tidak boleh berada di posisi pertama. Jadi pasti susunan yang validnya memiliki konfigurasi: 9...8...7...6...5...

'...' di atas menunjukkan posisi penyisipan angka 5, 4, 3, 2, 1 yang valid dan di setiap '...' kita bisa menyisipkan 0 sampai 5 angka sekaligus.

Jadi ada ${}_{(5+5-1)}C_{(5-1)} = 126$ kemungkinan. (*sulit*)

OSK 2011

16. Pak Dengklek ingin memasang ubin pada lantai berukuran $3 \times 10 \text{ m}^2$. Ubin yang dimiliki oleh Pak Dengklek berukuran $3 \times 1 \text{ m}^2$. Berapakah banyaknya cara penyusunan yang bisa dipakai oleh Pak Dengklek untuk menyusun ubin tersebut?

- A. 13
- B. 21
- C. 19
- D. 23
- E. 28

Jawaban: 28

Lantainya seperti ini:

.....
.....
.....

Jika kita memasang ubin pada posisi horizontal:

###.....

.....
.....

Maka baris kedua dan ketiga kolom 1..3 tidak mungkin diisi oleh ubin yang diposisikan vertikal. Mereka hanya bisa diisi oleh 2 ubin yang diposisikan horizontal juga.

Jadi, setiap pemasangan ubin pada posisi horizontal pasti disertai pemasangan ubin pada posisi horizontal untuk 2 baris lainnya. Akibatnya, soal ini bisa disederhanakan menjadi banyaknya permutasi untuk memasang ubin berukuran 1×3 dan 3×3 .

Konfigurasi yang valid pasti terdiri dari:

- Permutasi pemasangan 3 ubin 3×3 dan 1 ubin 1×3 . Ada $\frac{4!}{3!1!} = 4$ kemungkinan.
- Permutasi pemasangan 2 ubin 3×3 dan 4 ubin 1×3 . Ada $\frac{6!}{4!2!} = 15$ kemungkinan.
- Permutasi pemasangan 1 ubin 3×3 dan 7 ubin 1×3 .
Ada $\frac{8!}{7!1!} = 8$ kemungkinan.
- Permutasi pemasangan 10 ubin 1×3 . Ada 1 kemungkinan.

Jadi ada $4+15+8+1 = 28$ kemungkinan. (*sedang*)

OSK 2012

15. Ada sebuah dadu ajaib 6 sisi yang *imbalance* (tidak seimbang). Peluang munculnya angka 1..6 jika melempar dadu tersebut berbeda-beda, sesuai dengan fungsi $p(x) = x/21$, untuk $0 < x < 7$. Jika dadu tersebut dilempar 2 kali dan hasilnya dijumlahkan, berapa nilai total yang peluang munculnya paling besar?

- A. 5
- B. 6
- C. 7
- D. 8
- E. 9

Jawaban: 9

Peluang munculnya angka x adalah $x/21$. Jadi kita bisa membuat tabel berikut:

Tabel perkalian peluang

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

Tabel pada baris a kolom b menunjukkan peluang memperoleh angka a pada pelemparan pertama dan angka b pada pelemparan kedua. Selanjutnya kita tinggal menjumlahkan nilai pada tabel perkalian tersebut untuk setiap petak yang berwarna sama (karena petak yang berwarna sama menunjukkan hasil penjumlahan baris + kolom yang sama).

Hasil perhitungan total untuk setiap petak berwarna sama:

- 2: 1
- 3: 2+2
- 4: 3+4+3
- 5: 4+6+6+4
- 6: 5+8+9+8+5
- 7: 6+10+12+12+10+6
- 8: 12+15+16+15+12
- 9: 18+20+20+18
- 10: 24+25+24
- 11: 30+30
- 12: 36

Dari situ terlihat bahwa angka 9 yang paling besar totalnya yaitu $18+20+20+18 = 76$. Jadi yang peluang munculnya paling besar adalah angka 9. (*sedang*)

Pembahasan
Contoh Soal
Tipe Persamaan

OSN 2010

44. Tentukan bilangan yang terdiri dari 4 digit ABCD yang memenuhi $4ABCD=BCDA!$

Jawaban: 2178

A harus genap, karena 4 (genap) jika dikalikan bilangan ganjil maupun genap akan bernilai genap. Karena ABCD dan DCBA sama-sama merupakan bilangan 4 digit, Kombinasi A dan D yang mungkin adalah $A=2$ dan $D=8$

$$4*2BC8 = 8CB2$$

BA harus bisa dibagi 4, dan karena $A=2$, maka B haruslah bilangan ganjil. Karena $A = 2$ dan $D = 8$, maka nilai B yang memenuhi $100B * 4 < 1000$ hanyalah $B=1$

$$4*21C8 = 8C12$$

$400+4*10C+4*8=100C+12$, sehingga nilai C yang memenuhi adalah $C=7$

Sehingga jawabannya adalah **2178** (*sulit*)

OSK 2011

28. Sebuah password (kata sandi) yang terdiri dari 5 angka. Angka ke-4 lebih besar daripada angka ke-2 dengan selisih 4. Sementara angka ke-3 kurang dari angka ke-2 dengan selisih 3. Angka pertama adalah 3 kali lipat angka terakhir. Ada 3 pasang angka dengan jumlah 11. Berapakah angka ke-4 dari password tersebut?

- A. 9
- B. 5
- C. 7
- D. 3
- E. 4

Jawaban: 9

#1	#2	#3	#4	#5
3	3	0	7	1
6	4	1	8	2
9	5	2	9	3

Ada 3 pasang angka yang berjumlah sama, yaitu 11, dalam kata sandi 5 digit, maka dipastikan ada digit yang berulang. Kemungkinan digit-digit di password tersebut adalah seperti tabel di atas.

Dimana kombinasi yang memenuhi hanyalah 65292. (*sedang*)

OSP 2011

19. Seorang wanita menerima warisan sebesar $\frac{1}{3}$ dari harta suaminya seorang pengusaha yang meninggal dunia karena kecelakaan pesawat. Tiga orang anaknya juga menerima masing-masing $\frac{1}{3}$ dari sisanya. Jika jumlah yang diterima wanita tersebut dan salah seorang anaknya adalah Rp. 10 milyar, berapakah total harta yang ditinggalkan oleh pengusaha tersebut ? Jawab:

Jawaban: 18 milyar

$(\frac{1}{3} + \frac{2}{9})X = 10 \text{ milyar}$. Maka harta pengusaha tersebut adalah $X = \mathbf{18 \text{ milyar}}$ (*mudah*)

Bagian

Algoritmik

Pembahasan
Contoh Soal
Tipe Eksekusi

OSK 2010

34. Suatu array X berindeks dari 1 s.d. 10 dan setiap elemennya berisi huruf-huruf berurutan dari 'a' sampai 'j'. Suatu algoritma bekerja pada array tersebut sbb. (Prosedur swap(a,b) adalah menukarkan harga a dan b)

```
for i := 1 to 10 do
  swap(X[i],X[10-i+1]);
for i := 1 to 10 do write(X[i]);
```

Hasil yang dicetak adalah:

- A. abcdefghij
- B. jihgfedcba
- C. ebacdhfgij
- D. fghijabcde
- E. cdefghijab

Jawaban: abcdefghij

Bila kita jalankan bagian pengulangan pada program, maka untuk tiap-tiap nilai I, prosedur swap akan melakukan perubahan seperti ilustrasi berikut

i = 1 →	j	b	c	d	e	f	g	h	i	a
i = 2 →	j	i	c	d	e	f	g	h	b	a
i = 3 →	j	i	h	d	e	f	g	c	b	a
i = 4 →	j	i	h	g	e	f	d	c	b	a
i = 5 →	j	i	H	g	f	e	d	c	b	a
i = 6 →	j	i	h	g	e	f	d	c	b	a
i = 7 →	j	i	h	d	e	f	g	c	b	a
i = 8 →	j	i	c	d	e	f	G	h	b	a
i = 9 →	j	b	c	d	e	f	G	H	i	a
i =10 →	a	b	c	d	e	f	G	h	i	j

Sehingga hasil yang dicetak adalah abcdefghij. (mudah)

35. Dari soal no 34, jika algoritma yang bekerja pada array tersebut adalah sebagai berikut

```
for i := 2 to 9 do
  swap(X[i-1],X[i+1]);
for i := 1 to 10 do write(X[i]);
```

Hasil yang akan dicetak adalah

- A. ebacdhfgij
- B. abcdefghij
- C. jihgfedcba
- D. cdefghijab
- E. fghijabcde

Jawaban: cdefghijab

Bila kita jalankan bagian pengulangan pada program, maka untuk tiap-tiap nilai I, prosedur swap akan melakukan perubahan seperti ilustrasi berikut

i = 2 →	c	b	a	d	e	f	g	h	i	j
i = 3 →	c	d	a	b	e	f	g	h	i	j
i = 4 →	c	d	e	b	a	f	g	h	i	j
i = 5 →	c	d	e	f	a	b	g	h	i	j
i = 6 →	c	d	e	f	g	b	a	h	i	j
i = 7 →	c	d	e	f	g	h	a	b	i	j
i = 8 →	c	d	e	f	g	h	i	b	a	j
i = 9 →	c	d	e	f	g	h	i	j	a	b

Sehingga hasil yang dicetak adalah cdefghijab. (*mudah*)

36. Dari soal no 34, suatu algoritma bekerja pada array tersebut sebagai berikut

```

procedure lagi(a: integer; b: integer);
var t: integer;
begin
  t := (a+b) div 2;
  if (a <= b) then begin
    write(X[t]);
    lagi (a,t-1);
    lagi (t+1,b);
  end
end;

```

pemanggilan lagi(1,10) akan mencetak keluaran:

- A. ebacdhfgij
- B. abcdefghij
- C. jihgfedcba
- D. fghijabcde
- E. cdefghijab

Jawaban: ebacdhfgij

```

lagi(1,10)      → t = 5 → cetak 'e'
  lagi(1,4)     → t = 2 → cetak 'b'
    lagi(1,1)   → t = 1 → cetak 'a'
      lagi(1,0) → tidak mencetak apapun karena a>b
        lagi(2,1) → tidak mencetak apapun karena a>b
          lagi(3,4) → t = 3 → cetak 'c'
            lagi(3,2) → tidak mencetak apapun karena a>b
              lagi(4,4) → t = 4 → cetak 'd'
                lagi(4,3) → tidak mencetak apapun karena a>b
                  lagi(5,4) → tidak mencetak apapun karena a>b
                    lagi(6,10) → t = 8 → cetak 'h'
                      lagi(6,7) → t = 6 → cetak 'f'
                        lagi(6,5) → tidak mencetak apapun karena a>b
                          lagi(7,7) → t = 7 → cetak 'g'
                            lagi(7,6) → tidak mencetak apapun karena a>b
                              lagi(8,7) → tidak mencetak apapun karena a>b
                                lagi(9,10) → t = 9 → cetak 'i'
                                  lagi(9,8) → tidak mencetak apapun karena a>b

```

lagi(10,10) → t = 10 → cetak 'j'
lagi(10,9) → tidak mencetak apapun karena a>b
lagi(11,10) → tidak mencetak apapun karena a>b

Jadi yang tercetak adalah ebacdhfgij. (*sedang*)

OSK 2011

38. Perhatikan potongan program berikut

```
begin
  readln(n);
  i:=0;
  while i<n do
  begin
    i:=i+4;
    if (i<n) then
      for j:=1 to 4 do
        write('*');
```

Berapa kali '*' ditulis dilayar jika input n adalah 20?

- a. 24
- b. 8
- c. 12
- d. 16
- e. 30

Jawaban: 16

Pada potongan program terdapat dua pengulangan yaitu pengulangan while dan for. Perhatikan bahwa variabel i akan bertambah 4 setiap pengulangan while sehingga mengakibatkan pengulangan while hanya dilakukan sebanyak 5 kali. Pengulangan for dilakukan sebanyak 4 kali setiap pengulangan while terjadi. Tetapi perhatikan bahwa ketika i = 20, pengulangan for tidak dijalankan dan menjadikan pengulangan while yang terakhir tidak menjalankan pengulangan for. Sehingga perintah write('*') akan dijalankan sebanyak $4 \times 4 = 16$ kali. Jadi karakter '*' akan ditulis di layar sebanyak 16 kali. (*mudah*)

40. Perhatikan potongan program berikut

```
function a(n:integer):integer;
begin
  if (n=0) then
    a:= 0;
  else
    a:= 1-n*a(n-1);
end;
```

Berapakah hasil dari a(5)?

- a. -120
- b. -76
- c. 120
- d. 0
- e. 76

Jawaban: 76

$$\begin{aligned} a(5) &= 1-5*a(4) \\ &= 1-5*(1-4*a(3)) \\ &= 1-5*(1-4*(1-3*a(2))) \\ &= 1-5*(1-4*(1-3*(1-2*a(1)))) \\ &= 1-5*(1-4*(1-3*(1-2*(1-1*a(0)))))) \\ &= 1-5*(1-4*(1-3*(1-2*(1-1*0)))) \\ &= 76 \text{ (mudah)} \end{aligned}$$

48. Perhatikan potongan program berikut

```
if x > y then
  if z > x then
    t := z;
  else t := x;
else
  if z > y then
    t := z;
  else t := y;
writeln(t);
```

Apabila diberikan nilai $x=3$, $y=5$ dan $z=8$, berapakah output dari program tersebut?

- a. 7
- b. 8
- c. 3
- d. 5
- e. 4

Jawaban: 8

Karena $y > x$ dan $z > y$ maka nilai t adalah nilai z yaitu 8. Output program adalah 8. (mudah)

OSP 2011

21. Perhatikan potongan program berikut:

```
var
x,y : integer;

procedure XYZ(var a,b:integer);
var
c: integer;
begin
c := a;
a := b;
b := c;
x = x+10;
end;

begin
x:=10;
y:= 5;
XYZ(x,y);
writeln(x);
end.
```

Berapakah nilai angka yang tampil di output?

Jawaban: Compile Error

Karena terdapat kesalahan sintaks pada baris ke-10 dan ke-11. (*sedang*)

Untuk 23 dan 24 perhatikan potongan program berikut.

```
{
ubah adalah fungsi yang menerima masukan integer i dengan rumus:
ubah(1) = 'A'; ubah(2) = 'B'; ubah(3) = 'C', dst.
}
var
kalimat : array[1..10000] of string;
hitung : integer;

procedure berulang(idx,n: integer; kata:string);
var
i:integer;
begin
if (idx = n) then
begin
hitung := hitung+1;
kalimat[hitung] := kata;
end
else

begin
for i:=1 to 5 do
berulang(idx+1,n, kata+ubah(i));
end;
end;
```

23. Jika diberikan program utama ini:

```
begin
berulang(0,5,'');
writeln(hitung);
end.
```

Apakah output yang tampil di layar?

24. Jika diberikan program utama ini:

```
begin
berulang(0,5,'');
writeln(kalimat[1], ' ', kalimat[10], ' ', kalimat[hitung]);
end.
```

Apakah output yang tampil di layar?

Jawaban:

Pemanggilan prosedur berulang(a,b,prefix) akan mengisi array kalimat dengan semua kemungkinan susunan huruf dengan panjang b-a dengan huruf-huruf dari huruf pertama (A) sampai huruf ke-b (boleh digunakan lebih dari sekali), dengan awalan berupa string prefix. Selain itu, variabel hitung akan diisi oleh banyaknya isi dari array kalimat, yaitu banyaknya susunan huruf yang mungkin. Misalnya, jika dipanggil berulang(1,3,'p') akan dihasilkan:

pAA

pAB

pAC

pBA
pBB
pBC
pCA
pCB
pCC

Untuk pemanggilan berulang(0,5,"") akan dihasilkan isi dari array kalimat sebagai berikut:

AAAAA
AAAAB
AAAAC
AAAAD
AAAAE
AAABA
AAABB
AAABC
AAABD
AAABE
...
EEEEE

Untuk jawaban dari soal nomor 23, variabel hitung akan diisi oleh banyaknya susunan huruf yang dibuat, yaitu $5^5 = 3125$. (*sulit*)

Untuk jawaban dari soal nomor 24, yang ditampilkan di layar adalah susunan huruf pertama, susunan huruf kesepuluh, dan susunan huruf terakhir yang diurutkan sesuai kamus. Jawabannya adalah AAAAA (pertama), AAABE (ke-10), dan EEEEE (terakhir). (*sulit*)

25. Perhatikan potongan program berikut:

```
hasil := 1;  
for i:=3 to 10 do  
begin  
  if (i mod 2 <> 0) then  
  begin  
    hasil := hasil*i;  
    hasil := hasil*(-1);  
  end  
  else  
    hasil := hasil div 2;  
    hasil := hasil*(-1);  
end;  
writeln(hasil)
```

Apakah output yang tampil di layar?

Jawaban:

$i = 3 \rightarrow \text{hasil} = (\text{hasil} * 3) * -1$
 $\rightarrow = -3$
 $i = 4 \rightarrow \text{hasil} = (\text{hasil} \text{ div } 2) * -1$
 $\rightarrow = 1$
 $i = 5 \rightarrow \text{hasil} = (\text{hasil} * 5) * -1$

→ = -5
 i = 6 → hasil = (hasil div 2)*-1
 → = 2
 i = 7 → hasil = (hasil*7)*-1
 → = -14
 i = 8 → hasil = (hasil div 2)*-1
 → = 7
 i = 9 → hasil = (hasil*9)*-1
 → = -63
 i = 10 → hasil = (hasil div 2)*-1
 → = 31

Untuk soal 26 dan 27 perhatikan potongan program berikut:

```

1 hitung:=0;
2 n:=10;
3 for i:=1 to n do
4     if (i mod 2 = 0) then
5         for j:=1 to 10 do
6             if (j mod 2 = 0) then
7                 hitung := hitung + j
8             else
9                 hitung := hitung + i;
10 writeln(hitung);
  
```

26. Apakah output yang tampil di layar?

Jawaban: 300

Perhatikan bahwa variabel hitung hanya akan bertambah nilainya jika nilai i adalah genap. Sehingga kita hanya perlu memperhatikan ketika nilai i adalah genap.

i = 2 → j = 1 → hasil = 2
 → j = 2 → hasil = 4
 → j = 3 → hasil = 6
 → j = 4 → hasil = 10
 → j = 5 → hasil = 12
 → j = 6 → hasil = 18
 → j = 7 → hasil = 20
 → j = 8 → hasil = 28
 → j = 9 → hasil = 30
 → j = 10 → hasil = 40
 i = 4 → j = 1 → hasil = 44
 → j = 2 → hasil = 46
 → j = 3 → hasil = 50
 → j = 4 → hasil = 54
 → j = 5 → hasil = 58
 → j = 6 → hasil = 64
 → j = 7 → hasil = 68
 → j = 8 → hasil = 76
 → j = 9 → hasil = 80
 → j = 10 → hasil = 90
 i = 6 → j = 1 → hasil = 96
 → j = 2 → hasil = 98
 → j = 3 → hasil = 104
 → j = 4 → hasil = 108

```

→ j = 5 → hasil = 114
→ j = 6 → hasil = 120
→ j = 7 → hasil = 126
→ j = 8 → hasil = 134
→ j = 9 → hasil = 140
→ j =10 → hasil = 150
i = 8 → j = 1 → hasil = 158
→ j = 2 → hasil = 160
→ j = 3 → hasil = 168
→ j = 4 → hasil = 172
→ j = 5 → hasil = 180
→ j = 6 → hasil = 186
→ j = 7 → hasil = 194
→ j = 8 → hasil = 202
→ j = 9 → hasil = 210
→ j =10 → hasil = 220
i =10 → j = 1 → hasil = 230
→ j = 2 → hasil = 232
→ j = 3 → hasil = 242
→ j = 4 → hasil = 246
→ j = 5 → hasil = 256
→ j = 6 → hasil = 262
→ j = 7 → hasil = 272
→ j = 8 → hasil = 280
→ j = 9 → hasil = 290
→ j =10 → hasil = 300 (sulit)

```

27. Jika kode di baris ke 2 diganti dengan

```
n:=1000
```

Apakah output yang tampil di layar?

Jawaban: 1267500

Perhatikan bahwa program tersebut ekivalen dengan rumus

$$\begin{aligned}
 \text{hitung} &= 35*(n \text{ div } 2)+5*(n \text{ div } 2)^2 \\
 &= 35*500+5*500^2 \\
 &= 17500 + 1250000 \\
 &= 1267500 \text{ (sulit)}
 \end{aligned}$$

28. Perhatikan potongan program berikut:

```

var
nilai : array[1..10] of integer = (1,7,9,23,12,6,12,7,8,10);

function rata2(n: integer):real;
var
sum:real;
begin
i:=1;
sum := 0;
repeat
sum := sum+nilai[i];
until (i=n);
rata2:=sum/n;
end;

```

Berapakah nilai yang dikembalikan jika dilakukan pemanggilan fungsi rata2(10)?

Jawaban: Time Limit Exceeded

Karena pada pengulangan repeat tidak ada penambahan variabel i sehingga nilai i tidak akan pernah sama dengan n (10)

34. Perhatikan fungsi berikut

```
function coba(a:integer):string;
var
  b : integer;
  str : string;
begin
  if (a=0) then
    coba:= ''
  else
    begin
      b := a mod 2;
      if (b=0) then str:='0'
      else str:='1';
      coba:= coba(a div 2)+str;
    end;
end;
```

nilai yang dikembalikan oleh pemanggilan fungsi coba (155) adalah?

Jawaban:

```
coba(155) = coba(77)+'1'
          = coba(38)+'1'+ '1'
          = coba(19)+'0'+ '11'
          = coba(9)+'1'+ '011'
          = coba(4)+'1'+ '1011'
          = coba(2)+'0'+ '11011'
          = coba(1)+'0'+ '011011'
          = coba(0)+'1 '1'+ '0011011'
          = '10011011'
```

OSK 2012

```
function ox (m,n:integer):integer;
begin
  if n=1 then ox := m
  else if (n and 1)=0 then
    ox := ox(m,n shr 1) *
          ox(m,n shr 1)
  else
    ox := ox(m,n shr 1) *
          ox(m,n shr 1) * m;
end;
```

40. Berapa kali fungsi ox dijalankan jika m=4 dan n=10?

- A. 8
- B. 10
- C. 13
- D. 15
- E. 1

Jawaban: 15

$$\begin{aligned}
 \text{ox}(4,10) &= \text{ox}(4,5) * \text{ox}(4,5) \\
 &= \text{ox}(4,2) * \text{ox}(4,2) * 4 * \text{ox}(4,2) * \text{ox}(4,2) * 4 \\
 &= \text{ox}(4,1) * \text{ox}(4,1) * \text{ox}(4,1) * \text{ox}(4,1) * 4 * \text{ox}(4,1) * \text{ox}(4,1) * \text{ox}(4,1) * \text{ox}(4,1) * 4 \\
 &= 4 * 4 * 4 * 4 * 4 * 4 * 4 * 4 * 4 * 4
 \end{aligned}$$

Sehingga fungsi ox akan dijalankan sebanyak 15 kali. (*sedang*)

41. Berdasarkan nomor 40, berapa hasil $\text{ox}(2,10)$?

- A. 2048
- B. 1024
- C. 1280
- D. 128
- E. 20

Jawaban: 1024

$$\begin{aligned}
 \text{ox}(2,10) &= \text{ox}(2,5) * \text{ox}(2,5) \\
 &= \text{ox}(2,2) * \text{ox}(2,2) * 2 * \text{ox}(2,2) * \text{ox}(2,2) * 2 \\
 &= \text{ox}(2,1) * \text{ox}(2,1) * \text{ox}(2,1) * \text{ox}(2,1) * 2 * \text{ox}(2,1) * \text{ox}(2,1) * \\
 &\quad \text{ox}(2,1) * \text{ox}(2,1) * 2 \\
 &= 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 \\
 &= 1024 \text{ (*sedang*)}
 \end{aligned}$$

Pembahasan
Contoh Soal
Tipe Eksekusi Mundur

OSK 2012

Diberikan potongan pseudocode berikut (no 43, 44)

```
b = 0
while c > 1 do
  b = b + (a mod 2) * c
  a = a/2
  c = c/2
b = b + (a mod 2) * c
```

43. Nilai variabel a hanya dapat berada di antara 0..255 dan nilai variabel c hanya dapat berada di antara 0..65535. Jika c diinisialisasi dengan 512 dan nilai akhir b adalah 20, berapa nilai awal a?
- A. 5
 - B. 10
 - C. 192
 - D. 160
 - E. 96

Jawaban: 160

Kira-kira jalannya program akan seperti ini :

c	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1	0
a mod 2	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0

Sehingga dapat disimpulkan program membaca bit variabel a dari kanan -> "00010100000", yang jika diubah ke bentuk desimal menjadi **160 (sedang)**

44. Jika nilai awal a adalah 107 dan nilai akhir b adalah 13, berapa nilai awal c?
- A. 2
 - B. 4
 - C. 8
 - D. 16
 - E. 32

Jawaban: 8

a mod 2 = 1 disaat perulangan ke 1, 2, dan 4; sehingga $\frac{x}{2^0} + \frac{x}{2^1} + \frac{x}{2^3} = 13$. Maka x yang memenuhi adalah **8 (sulit)**

Pembahasan
Contoh Soal
Tipe Analisa Kasus

OSK 2011

Perhatikan prosedur berikut ini.

```
procedure TOKI(k:integer);
begin
  if (k >1) then
  begin
    if k mod 2 =0 then
      TOKI(k div 2)
    else
      TOKI(3*k+1);
    if k mod 5 =1 then
      write('T');
    if k mod 5 =2 then
      write('O');
    if k mod 5 =3 then
      write('K');
    if k mod 5 =4 then
      write('I');
  end;
end;
```

42. Berapa banyak huruf 'K' yang tertulis bila dipanggil TOKI(20)?

- 5
- 4
- 3
- 2
- 1

Jawaban: E

Perhatikan bahwa prosedur TOKI dipanggil secara rekursif sebagai berikut: TOKI (20) → TOKI (10) → TOKI (5) → TOKI (16) → TOKI (8) → TOKI (4) → TOKI (2) → TOKI (1) – jika k habis dibagi 2 maka dipanggil TOKI ($k \text{ div } 2$), jika tidak maka dipanggil TOKI ($(3*k) + 1$), dan pemanggilan rekursif berhenti ketika $k \leq 1$.

Setelah memanggil 'anaknya' kemudian nilai k diperiksa, dan dicetak huruf 'K' jika $k \text{ mod } 5 = 3$. Maka, pada pemanggilan TOKI (20) akan dicetak 1 buah huruf 'K' saat TOKI (8) dikerjakan. (*sedang*)

Perhatikan potongan program berikut

```
for i := 1 to n do begin
  for j := 1 to n do begin
    for k := 1 to n do begin
      writeln('Hello');
    end;
  end;
end;
```

47. Dengan sembarang harga $n > 0$, keluaran 'Hello' akan dicetak berulang-ulang dalam sejumlah baris yang ...

- merupakan konstanta
- merupakan fungsi kuadrat dari n
- merupakan fungsi linier dari n
- merupakan fungsi pangkat empat dari n
- merupakan fungsi kubik (pangkat 3) dari n

Jawaban: E

Perintah `writeln('Hello')` akan dilakukan sebanyak $n \times n \times n = n^3$ kali (*loop* di dalam *loop*), yang merupakan fungsi kubik (pangkat 3) dari n. (*mudah*)

```
Data := Init;
x := 0;
for i := 0 to Data-1 do
begin
  x := x + 2*i;
end;
writeln(x);
```

49. Berapakah nilai **Init** sehingga program di atas menghasilkan output x tertulis 90 ?

- 9
- 45
- 11
- 10
- 0

Jawaban: 10

X yang awalnya 0, akan ditambah dengan 0, 2, 4, 6, ..., 2(data-1). Pada akhirnya, nilai X menjadi 90 yang sama dengan $(data/2)(0+2data-2)$. Didapat persamaan $Data^2 - Data = 90$. Nilai data yang memenuhi adalah **10** (*sedang*)

OSP 2011

22. Perhatikan potongan program berikut:

```
for i:=1 to n do
  for j:= 1 to i do
    //....
```

Jika $n = 100$, maka potongan program tersebut akan berjalan dalam waktu 1 detik. Berapakah lamanya program berjalan jika $n=10000$? (bulatkan ke bilangan bulat terdekat). Dengan catatan: kode program/ algoritma dalam loop dapat dieksekusi dengan waktu konstan. Jawab :

Jawaban: 9902

Jika $n = 100$, maka potongan program (bagian `//`) dieksekusi sebanyak

$1+2+3+\dots+100 = \frac{100}{2} \times (1 + 101) = 5050$ kali (memanfaatkan rumus deret bilangan,

$S_n = \frac{n}{2}(U_1 + U_n)$; $n = 100$; $U_1 = 1$; $U_{100} = 100$). Jika $n = 10000$, maka potongan program

dieksekusi sebanyak $\frac{10000}{2} \times (1 + 10000) = 50005000$ kali. Karena untuk $n = 100$ program

berjalan dalam waktu 1 detik, maka untuk $n = 10000$ program akan berjalan dalam waktu $\frac{50005000}{5050} \times 1 \approx 9902$ detik, dibulatkan ke bilangan bulat terdekat. (*sedang*)

Untuk soal 31, 32, dan 33

```

1  var
2      i,j:integer;
3      A: array[0..9,0..10] of integer;
4      qr,qc: array[0..10000] of integer;
5      mr: array[0..3] of integer = (0,1,0,-1);
6      mc: array[0..3] of integer = (1,0,-1,0);
7      area: array[0..9,0..10] of char =
8          ( ('o','l','i','m','p','i','a','d','e','s','a'),
9            ('i','n','s','t','i','n','g','k','a','t','p'),
10           ('r','o','v','i','n','s','i','2','0','1','1'),
11           ('.','i','o','i','2','0','1','1','d','i','a'),
12           ('d','a','k','a','n','d','i','t','h','a','i'),
13           ('l','a','n','d','.','g','o','g','e','t','g'),
14           ('o','l','d','s','i','n','d','o','n','e','s'),
15           ('i','a','.','b','e','p','r','e','p','a','r'),
16           ('e','d','f','o','r','i','o','i','2','0','1'),
17           ('l','.','i','n','d','o','n','e','s','i','a')
18         );
19
20 procedure init;
21 var
22     i:integer;
23     j:integer;
24 begin
25     for i:=0 to 9 do for j:=0 to 10 do A[i,j]:= 9999;
26 end;
27
28 procedure S_B;
29 var
30     i,h,t: integer;
31 begin
32     init;
33     h:=0; t:=0;
34     qr[t] := 2; qc[t] := 1;
35     A[qr[t],qc[t]] := 0;
36     t:=t+1;
37     while (h<t) do
38     begin
39         begin
40             for i:=0 to 3 do
41                 if ((0<=qr[h]+mr[i]) and (qr[h]+mr[i]<=9) and
42                     (0<=qc[h]+mc[i]) and (qc[h]+mc[i]<=10)) and
43                     (area[qr[h]+mr[i],qc[h]+mc[i]] <> 'i') and
44                     (A[qr[h]+mr[i],qc[h]+mc[i]] > A[qr[h],qc[h]]) then
45                 begin
46                     qr[t] := qr[h]+mr[i];
47                     qc[t] := qc[h]+mc[i];
48                     A[qr[t],qc[t]] := A[qr[h],qc[h]]+1;
49                     t:=t+1;
50                 end;
51             end;
52             h:=h+1;
53         end;
54     end;

```

31. Setelah procedure S_B dipanggil, berapakah nilai A[0,10]? Jawab:

Jawaban: 15

Program pada penjelasan soal sebenarnya merupakan program yang mula-mula mengisi matriks A dengan angka 9999 (oleh prosedur `init`), kemudian mengisi matriks A dengan metode *breadth-first search* (BFS) dengan posisi awal pengisian adalah $[2, 1]$, nilai yang diisi mula-mula 0 dan meningkat untuk setiap kedalaman, dan untuk elemen A yang isi matriks `area` adalah huruf 'i' dilewatkan. Isi matriks A setelah prosedur `S_B` dijalankan adalah:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	3	2	9999	4	5	9999	11	12	13	14	15
1	9999	1	2	3	9999	9	10	11	12	13	14
2	1	0	1	9999	7	8	9999	10	11	12	13
3	2	9999	2	9999	6	7	8	9	10	9999	14
4	3	4	3	4	5	6	9999	10	11	12	9999
5	4	5	4	5	6	7	8	9	10	11	12
6	5	6	5	6	9999	8	9	10	11	12	13
7	9999	7	6	7	8	9	10	11	12	13	14
8	9	8	7	8	9	9999	11	9999	13	14	15
9	10	9	9999	9	10	11	12	13	14	9999	16

Untuk soal 31, isi dari $A[0, 10]$ adalah elemen baris pertama dan kolom terakhir pada tabel, yaitu 15. (*sulit*)

32. Berapakah nilai maksimum di antara semua nilai yang tersimpan pada matriks A? Jawab:

Jawaban: 9999

Pembahasan: Untuk soal 32, nilai maksimum di antara semua nilai pada matriks A adalah 9999 (elemen yang tidak diubah selama prosedur `S_B`). (*sedang*)

33. Jika baris 43 dan 44 diganti dengan

```
(area[qr[h]+mr[i],qc[h]+mc[i]] <> 'i') then
```

Berapakah nilai $A[9,0]$ saat procedure `S_B` dipanggil? Jawab:

Jawaban: *Time Limit Exceeded* atau *Run-Time Error*

Untuk soal 33, perubahan pada baris 43 dan 44 mengakibatkan elemen yang sudah diisi akan diisi lagi (setelah mengisi 0, terus berpindah ke sebelahnya, elemen 0 akan diisi kembali dengan angka 2. Jika queue (array `qr` dan `qc`) yang tersedia tidak terbatas, maka program tidak akan pernah terhenti. Namun, karena queue yang tersedia hanya 10000, maka suatu saat queue akan penuh dan program akan mengeluarkan pesan *error*. (*sulit*)

OSK 2012

Diberikan potongan pseudocode berikut (no 42)

```
A := 0
for i := C to D do
  A := (A+i) mod 5
output (A)
```

42. Jika output yang muncul di layar adalah 3 dan nilai variabel C dan D hanya boleh berada di antara 0..255, ada berapa banyak kemungkinan pasangan nilai C dan D yang menghasilkan output tersebut?

- a. 2
- b. 5
- c. 1326
- d. 2652
- e. 5253

Jawaban: 5253

Jawaban yang benar adalah 5253. Untuk menjawabnya dapat diperiksa pola dari banyak output 3-nya sebagai berikut:

- Untuk C = 0, maka untuk D = 0, 1, 2, ... diperoleh output 0, 1, 3, 1, 0, ... dan output 3 keluar setiap D = 2, 7, 12, 17, Banyak output 3 ada 51, yang dapat dihitung dengan rumus barisan aritmatika untuk barisan 2, 7, 12, ..., 252.
- Untuk C = 1, maka untuk D = 1, 2, 3, ... diperoleh output 1, 3, 1, 0, 0, ... dan output 3 keluar setiap D = 2, 7, 12, 17, Banyak output 3 ada 51, yang dapat dihitung dengan rumus barisan aritmatika untuk barisan 2, 7, 12, ..., 252.
- Untuk C = 2, maka untuk D = 2, 3, 4, ... diperoleh output 2, 0, 4, 4, 0, ..., tidak ada output 3.
- Untuk C = 3, maka untuk D = 3, 4, 5, ... diperoleh output 3, 2, 2, 3, 0, ... dan output 3 keluar setiap D = 3, 6, 8, 11, 13, 16, Banyak output 3 ada 101, yang dapat dihitung dengan rumus barisan aritmatika untuk barisan 3, 8, 13, ..., 253 dan 6, 11, 16, ..., 251.
- Untuk C = 4, maka untuk D = 4, 5, 6, ... diperoleh output 4, 4, 0, 2, 0, ..., tidak ada output 3. Jika diteruskan, dapat disimpulkan bahwa pola outputnya berulang setiap 5 kali.
- Untuk C = 0, 5, 10, ... banyak output 3 mengikuti pola 51, 49, 47, ..., 5, 3, 1. Jika dijumlahkan deretnya diperoleh 1326 buah output 3, dapat dihitung dengan rumus barisan aritmatika.
- Untuk C = 1, 6, 11, ... banyak output 3 mengikuti pola 51, 49, 47, ..., 5, 3, 1. Jika dijumlahkan deretnya diperoleh 1326 buah output 3, dapat dihitung dengan rumus barisan aritmatika.
- Untuk C = 3, 8, 13, ... banyak output 3 mengikuti pola 101, 99, 97, ..., 5, 3, 1. Jika dijumlahkan deretnya diperoleh 2601 buah output 3, dapat dihitung dengan rumus barisan aritmatika.
Jika dijumlahkan keseluruhan banyak output 3, diperoleh $1326 + 1326 + 2601 = 5253$.

(sulit)

Pembahasan
Contoh Soal
Tipe Menulis Program Sederhana

OSK 2010

50. Perhatikan fungsi berikut ini:

```
function tail(x, y: integer): integer;
begin
  if (y=0) then tail:=x else tail:=tail(y, x mod y);
end;
```

Fungsi rekursif di atas ekuivalen dengan fungsi...

- A. `function tail(x, y:integer): integer;
var z:integer;
begin
 while (y<>0) do
 begin z:=x mod y; x:=y; y:=z end;
 tail:=x;
end;`
- B. `function tail(x, y:integer): integer;
begin
 if (y=0)
 then tail:=x
 else tail:=tail(y mod x, y);
end;`
- C. `function tail(x, y:integer): integer;
var z:integer;
begin
 while (y<>0) do
 begin z:=x mod y; x:=y; y:=z end;
 tail:=z;
end;`
- D. `function tail(x, y:integer): integer;
begin
 if (y=0)
 then tail:=y
 else tail:=tail(y, x mod y);
end;`
- E. `function tail(x, y:integer): integer;
begin
 if (x=0)
 then tail:=x
 else tail:=tail(y, x mod y);
end;`

Jawaban: A

Perhatikan bahwa fungsi tail di deskripsi soal merupakan fungsi yang akan mengeluarkan FPB (Faktor Persekutuan Terbesar) dari dua buah bilangan x dan y yang diberikan sebagai parameternya. Fungsi tail di soal merupakan fungsi yang dijalankan secara rekursif.

Karena fungsi tail dijalankan secara rekursif berulang-ulang, pilihan jawaban yang benar pastilah merupakan pilihan yang menggunakan perulangan. Tersisa dua pilihan, yaitu A dan C. Perhatikan bahwa pilihan A dan C sama-sama berhenti jika isi dari variabel y adalah 0. Akibatnya, setelah perulangan selesai, isi variabel y pastilah 0, sedangkan isi dari variabel y sendiri merupakan isi dari variabel z (berarti isi variabel z pasti 0). Jika dipilih jawabannya pilihan C, fungsi pasti akan mengeluarkan nilai 0 dan tidak ekuivalen dengan fungsi tail pada deskripsi soal.

OSK 2011

50. Perhatikan tahapan-tahapan berikut:

Misalkan ada dua variabel "x" dan "y", dan variabel "hasil" yang nilai awalnya 0. Lakukan proses berikut selama nilai "x" lebih besar dari 0:

- Jika nilai "x" ganjil maka nilai "hasil" := "hasil" + y.

- nilai "x" selanjutnya adalah nilai "x" sebelumnya dibagi dua, bila ada hasil pecahan, maka pecahannya di buang. (contoh bila nilai "x" sebelumnya 1, maka nilai "x" selanjutnya 0)
- nilai "y" selanjutnya adalah nilai "y" sebelumnya dikali dua

Manakah program pseudo-pascal yang merupakan program dari tahapan-tahapan tersebut?
(catatan: fungsi "mod" memberikan nilai sisa bagi, contoh: $13 \bmod 5 = 3$ dan fungsi "div" membagi dan membulatkan ke bawah)

- ```

var x,y : integer
 x := 10;
 y := 15;
 hasil := 0;
 while x > 0
 begin
 if (y mod 2 = 1) then begin hasil := hasil + y; end;
 x := x * 2;
 y := y div 2;
 end

```
- ```

var x,y : integer
  x := 10;
  y := 15;
  hasil := 0;
  while x > 0
  begin
    if (x mod 2 = 1) then begin hasil := hasil + y; end;
    x := x div 2;
    y := y * 2;
  end

```
- ```

var x,y : integer
 x := 10;
 y := 15;
 hasil := 0;
 while x > 0
 begin
 if (x mod 2 = 1) then begin hasil := hasil + x; end;
 x := x * 2;
 y := y div 2;
 end

```
- ```

var x,y : integer
  x := 10;
  y := 15;
  hasil := 0;
  while x > 0
  begin
    if (x mod 2 = 1) then begin hasil := hasil + x; end;
    x := x div 2;
    y := y * 2;
  end

```
- ```

var x,y : integer
 x := 10
 y := 15;
 hasil := 0;
 while x > 0
 begin
 if (y mod 2 = 1) then begin hasil := hasil + y; end;
 x := x div 2;
 y := y * 2;
 end

```

Jawaban: B

Bagian yang perlu disusun adalah bagian perulangan dari program (untuk bagian var x,y : integer hingga hasil := 0 sudah benar dan serupa pada setiap pilihan).

Perintah pada soal menyatakan 'lakukan proses selama nilai x lebih besar dari 0'; dengan demikian, digunakan perulangan while (x > 0) do begin ... end;.

Perintah berikutnya ditulis di dalam perulangan. Perintah pertama adalah 'jika nilai x ganjil maka nilai hasil := hasil + y', maka di dalam perulangan ditulis baris pertama if (x mod 2 = 1) then hasil := hasil + y;. Perintah kedua adalah 'nilai x selanjutnya adalah nilai x sebelumnya dibagi dua, dan bagian pecahan dibuang'. Ini dapat dilakukan dengan menulis x := x div 2 di dalam perulangan (operator div membagi dua bilangan bulat dan mengabaikan bagian pecahannya). Perintah ketiga adalah 'nilai y adalah nilai y sebelumnya dikali dua', dan dapat dilakukan dengan menulis y := y \* 2;.

### OSP 2011

Perhatikan kode berikut untuk soal 38 dan 39.

```
1 var
2 a: array[1..100] of integer
3 n, jumlah, rata2: integer;
4 begin
5 sum:=0;
6 readln(n);
7 for i:=1 to n do
8 begin
9 readln(a[i]);
10 end;
11 for i:=1 to n do
12 { Soal No. 38: tuliskan kode
13 untuk menghitung jumlah semua elemen array a
14 }
15
16 { Soal No. 39: tuliskan kode untuk menghitung rata2 nilai elemen
17 array a
18 }
19
20 end.
```

38. Tuliskan kode untuk menghitung hasil penjumlahan semua nilai yang disimpan pada array **a** dan disimpan pada variabel **jumlah** di baris 13 Jawab: .....

Jawaban: sum := sum + a[i]; atau compile error

Untuk menghitung hasil penjumlahan dapat digunakan variabel sum yang di awal diinisialisasi dengan nilai 0. Kemudian, untuk setiap perulangan dari 1 sampai n, isi dari a[i] ditambahkan ke dalam sum. Jawaban compile error dikarenakan pada soal tertulis sum:=0; seharusnya jumlah:=0;

39. Tuliskan kode untuk menghitung hasil nilai rata-rata semua nilai yang ada pada array **a** dan disimpan pada variabel **rata2** di baris 16. Jawab: .....

Jawaban: rata2 := sum div n; atau compile error

Untuk menghitung rata-rata nilai elemen array a dapat menggunakan nilai jumlah yang telah dihitung di perulangan (variabel sum) dan banyak elemen yang ada (variabel n). Perhatikan bahwa karena yang digunakan adalah tipe data integer, maka digunakan operator pembagi div. Jawaban compile error dikarenakan pada soal tertulis sum:=0; seharusnya jumlah:=0;

```

var
 a: array[0..100] of integer;
function maksimum(n: integer): integer;
var
 i: integer;
begin
 { Soal 40: lengkapi kode dengan algoritma untuk menentukan nilai maksimum
 dari semua nilai yang disimpan pada a[0] s.d. a[N-1], dengan N>0 dan
 N<101 }
end;

```

40. Lengkapilah fungsi maksimum di atas, agar menghasilkan nilai maksimum dari array A dari indeks 0 sampai ke N-1, N>0 Tuliskan kodenya! Jawab:

.....

Jawaban: begin

```

 maksimum := a[0];
 for i := 0 to n-1 do
 if maksimum < a[i] then maksimum := a[i];
 end;

```

Perhatikan bahwa bagian yang dilengkapi adalah bagian isi dari program, sehingga kita tidak bisa menambah variabel yang sebenarnya tidak diperlukan. Idanya adalah menggunakan looping dengan memanfaatkan variabel i untuk membandingkan nilai-nilai yang ada di dalam array. Sebelumnya, nilai dari fungsi maksimum diisi dengan salah satu nilai dalam array, misalnya a[0].